

Physique-chimie

Baccalauréat général 2026 — épreuve de spécialité

Polynésie, session 2026 (26-PYCJ2P01)

Corrigé

Trois exercices

Exercice 1

Sujet — Les algues vertes — 9 points

Les marées vertes, parfois observées sur les côtes françaises, résultent de la prolifération massive d'algues liée à une augmentation de la concentration en atomes d'azote et de phosphore dans le milieu aquatique. Ce phénomène peut devenir dangereux pour la santé humaine, notamment en raison de la libération de sulfure d'hydrogène H_2S lors de la décomposition des algues.

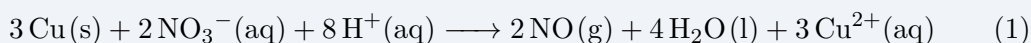
L'objectif de cet exercice, dont les parties sont indépendantes, est :

- de déterminer la concentration en masse en ions nitrate d'une eau souterraine (partie A) ;
- d'étudier la production de sulfure d'hydrogène par les algues vertes (partie B) ;
- d'étudier les différents moyens de revalorisation des algues vertes (partie C).

Partie A : dosage des ions nitrate Les ions nitrate, provenant de l'usage intensif d'engrais, s'infiltrant dans les nappes phréatiques et finissent par atteindre les eaux souterraines puis les côtes, ce qui permet aux algues vertes de se multiplier. La réglementation européenne fixe un seuil à $50 \text{ mg} \cdot \text{L}^{-1}$ d'ions nitrate pour les eaux destinées à la consommation humaine.

Pour déterminer la concentration en ions nitrate d'une eau, le dosage s'effectue en deux étapes.

Étape 1 : les ions nitrate NO_3^- , en milieu acide, réagissent avec une quantité de cuivre métallique en excès selon une transformation chimique totale modélisée par la réaction suivante :



Dans un ballon muni d'un réfrigérant à eau, on introduit un volume $V_{\text{eau}} = 50,0 \text{ mL}$ d'eau souterraine bretonne, 50 mg de copeaux de cuivre et 5 mL d'acide sulfurique concentré. Après chauffage à reflux et refroidissement, le contenu du ballon est filtré et recueilli dans un erlenmeyer.

Q1. Citer deux avantages apportés par l'utilisation d'un chauffage à reflux.

Étape 2 : les ions cuivre Cu^{2+} réagissent avec l'ammoniac NH_3 en excès pour former un composé coloré, le tétraammine cuivre II noté $[\text{Cu}(\text{NH}_3)_4]^{2+}$, selon une transformation chimique totale modélisée par la réaction suivante :



Une solution concentrée d'ammoniaque est ajoutée à la solution issue de l'étape 1. Le mélange est ensuite transféré dans une fiole jaugée de 100,0 mL et complété à l'eau distillée. On appelle S la solution colorée obtenue. La quantité de matière d'ions cuivre initialement présente, notée $n_{\text{Cu}^{2+}}$, est égale à la quantité de matière du composé coloré $[\text{Cu}(\text{NH}_3)_4]^{2+}$, qui est déterminée à l'aide d'un dosage par étalonnage spectrophotométrique.

Pour réaliser un dosage par étalonnage, on dispose d'une solution mère S_0 du composé $[\text{Cu}(\text{NH}_3)_4]^{2+}$ de concentration égale à $2,0 \text{ mmol} \cdot \text{L}^{-1}$. Trois solutions filles S_1 , S_2 et S_3 de concentrations en quantité de matière respectives $1,5 \text{ mmol} \cdot \text{L}^{-1}$, $1,0 \text{ mmol} \cdot \text{L}^{-1}$ et $0,50 \text{ mmol} \cdot \text{L}^{-1}$ sont obtenues en diluant la solution mère dans des fioles jaugées de 10,0 mL.

Q2. Nommer la verrerie nécessaire à la préparation de la solution fille S_2 , en détaillant le calcul du volume à prélever.

La solution S_0 est utilisée pour réaliser le spectre d'absorption du composé coloré $[\text{Cu}(\text{NH}_3)_4]^{2+}$ (figure 1).

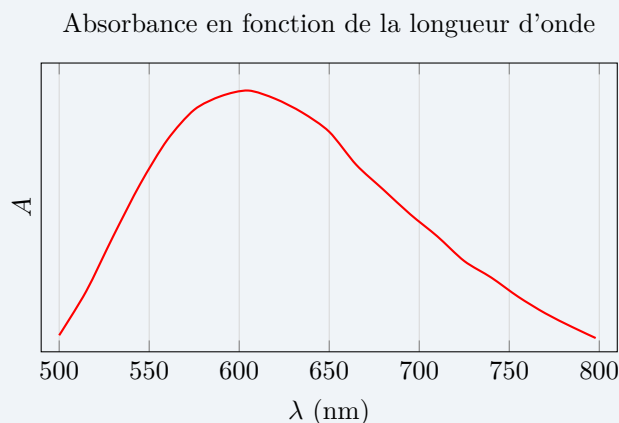
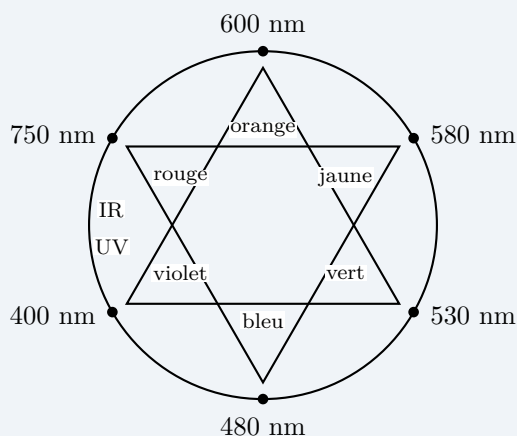


Figure 1. Spectre d'absorption du composé coloré $[\text{Cu}(\text{NH}_3)_4]^{2+}$

Données :

- masse molaire de l'ion nitrate NO_3^- : $M_{\text{NO}_3^-} = 62,0 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$;
- cercle chromatique :



Q3. Proposer une valeur de la longueur d'onde appropriée pour le dosage par étalonnage et en déduire la couleur de la solution S_0 du composé coloré $[\text{Cu}(\text{NH}_3)_4]^{2+}$.

On mesure l'absorbance à la longueur d'onde λ appropriée, de chaque solution étalon et de la solution inconnue S. Les résultats sont consignés dans le tableau ci-dessous et représentés sur la figure 2.

Solution	S_0	S_1	S_2	S_3	S
Concentration (en $\text{mmol} \cdot \text{L}^{-1}$)	2,0	1,5	1,0	0,50	?
Absorbance	1,208	0,906	0,599	0,310	0,403

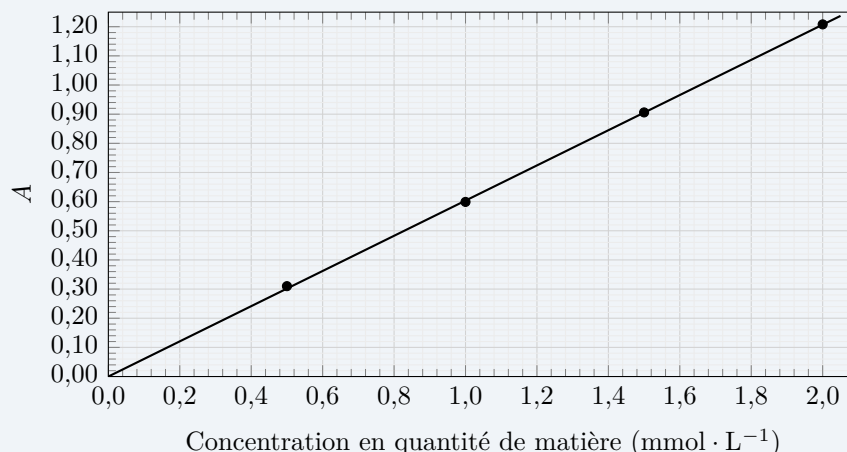


Figure 2. Courbe d'étalonnage de l'absorbance en fonction de la concentration en composé coloré $[\text{Cu}(\text{NH}_3)_4]^{2+}$

Q4. Expliquer en quoi la représentation graphique de la figure 2 est en accord avec la loi de Beer-Lambert.

Q5. À l'aide de la figure 2 et du tableau qui la précède, montrer que la quantité de matière des ions cuivre Cu^{2+} formés $n_{\text{Cu}^{2+}}$ dans la solution S vaut $6,7 \times 10^{-5}$ mol.

Q6. À partir de l'équation de réaction (1) de l'étape 1, montrer que la relation entre la quantité de matière d'ions nitrate contenus dans l'eau souterraine $n_{\text{NO}_3^-}$ et la quantité de matière d'ions cuivre formés $n_{\text{Cu}^{2+}}$ est :

$$n_{\text{NO}_3^-} = \frac{2}{3} \times n_{\text{Cu}^{2+}}$$

Q7. En déduire la concentration en masse C_{m,NO_3^-} des ions nitrate présents dans les 50,0 mL d'eau souterraine. Conclure sur la qualité des eaux souterraines étudiées.

Partie B : le sulfure d'hydrogène Le sulfure d'hydrogène de formule H_2S est un gaz très toxique. Les algues vertes libèrent ce gaz en se décomposant à cause de bactéries sulfato-réductrices qui transforment les ions sulfate SO_4^{2-} en sulfure d'hydrogène H_2S en absence de dioxygène.

Données :

- couples oxydant/réducteur : $\text{SO}_4^{2-}(\text{aq})/\text{H}_2\text{S}(\text{aq})$; $\text{O}_2(\text{g})/\text{H}_2\text{O}(\text{l})$;
- couples acide-base à 25 °C : $\text{H}_2\text{S}(\text{aq})/\text{HS}^-(\text{aq})$, $\text{p}K_{A1} = 7,0$; $\text{HS}^-(\text{aq})/\text{S}^{2-}(\text{aq})$, $\text{p}K_{A2} = 12$;
- pH de l'eau de mer : 8,2 ;
- extrait de l'étiquette d'une bouteille de sulfure d'hydrogène gazeux :

H400 — Très toxique pour les organismes aquatiques	H330 — Mortel par inhalation
--	------------------------------

Q8. Justifier le terme « réductrices » utilisé dans l'appellation « sulfato-réductrices » pour les bactéries.

On veut modéliser la transformation chimique entre le sulfure d'hydrogène et l'eau de mer en utilisant les couples $\text{H}_2\text{S}(\text{aq})/\text{HS}^-(\text{aq})$ et $\text{H}_3\text{O}^+(\text{aq})/\text{H}_2\text{O}(\text{l})$.

Q9. Écrire l'équation de la réaction acido-basique modélisant cette transformation chimique.

Q10. Tracer le diagramme de prédominance des couples acide-base $\text{H}_2\text{S}(\text{aq})/\text{HS}^-(\text{aq})$ et $\text{HS}^-(\text{aq})/\text{S}^{2-}(\text{aq})$. Indiquer l'espèce chimique prédominante quand les algues vertes sont en contact avec l'eau de mer.

Q11. Écrire l'équation d'oxydo-réduction qui a lieu quand le sulfure d'hydrogène H_2S entre en contact avec le dioxygène O_2 au moment où l'algue s'assèche. Justifier que le milieu subit une acidification.

Pour vérifier l'acidification du milieu, on se propose de calculer le nouveau pH. Pour cela, on étudie le couple acide-base $\text{H}_2\text{S}(\text{aq})/\text{HS}^-(\text{aq})$. On considère que la concentration en quantité de matière en ions sulfure S^{2-} est négligeable.

Q12. Rappeler l'expression de la constante d'acidité K_{A1} du couple $\text{H}_2\text{S}(\text{aq})/\text{HS}^-(\text{aq})$ en fonction des concentrations en quantité de matière à l'équilibre en ions hydrogénosulfure $[\text{HS}^-]$, en sulfure d'hydrogène $[\text{H}_2\text{S}]$ et en ions oxonium $[\text{H}_3\text{O}^+]$.

Le pH du milieu peut être déterminé selon l'expression suivante, admise :

$$\text{pH} = \frac{1}{2} \times \left(\text{p}K_{A1} - \log \left(\frac{K_{\text{H}_2\text{S}} \times p_{\text{H}_2\text{S}}}{p^\circ} \right) \right)$$

où $K_{\text{H}_2\text{S}}$ est la constante d'équilibre entre le sulfure d'hydrogène aqueux $\text{H}_2\text{S}(\text{aq})$ et le sulfure d'hydrogène gazeux $\text{H}_2\text{S}(\text{g})$, $p_{\text{H}_2\text{S}}$ la pression partielle en $\text{H}_2\text{S}(\text{g})$ en bar et p° la pression standard en bar.

Données : constante d'équilibre $\text{H}_2\text{S}(\text{g}) \rightleftharpoons \text{H}_2\text{S}(\text{aq})$: $K_{\text{H}_2\text{S}} = 0,09$; pression partielle en $\text{H}_2\text{S}(\text{g})$: $p_{\text{H}_2\text{S}} = 0,1$ bar ; pression standard : $p^\circ = 1$ bar.

Q13. Calculer la valeur de pH. En déduire l'espèce chimique prédominante à ce pH. Indiquer les risques sanitaires et environnementaux à laisser les algues vertes sécher sur la plage.

Partie C : revalorisation des algues vertes La revalorisation des algues utilise l'amidon présent dans les algues vertes. L'amidon est composé de deux polymères dont un qui a pour structure :

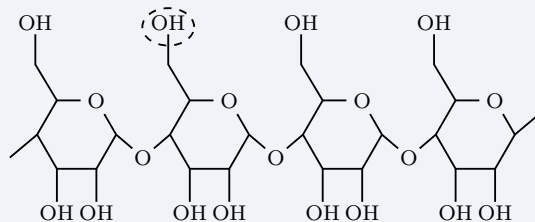


Figure 3. Formule topologique de l'amylose, polymère de l'amidon

Q14. Nommer la famille fonctionnelle correspondant au groupe caractéristique entouré en pointillés sur la figure 3.

Q15. Identifier et recopier sur la copie le motif du polymère de la figure 3.

Données :

- loi des gaz parfaits $PV = nRT$, où P est la pression du gaz en Pa, V son volume en m^3 , n sa quantité de matière en mol et T sa température en K ; $R = 8,314 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$;
- $1 \text{ bar} = 10^5 \text{ Pa}$; conversion de température : $T(\text{K}) = \theta(^{\circ}\text{C}) + 273$;
- masse molaire de l'éthanol $\text{C}_2\text{H}_6\text{O}$: $M_{\text{C}_2\text{H}_6\text{O}} = 46,0 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$;
- masse volumique de l'éthanol : $\rho_{\text{C}_2\text{H}_6\text{O}} = 789 \text{ g} \cdot \text{L}^{-1}$;
- tableau comparant les carburants SP95 et E85 :

Carburant	Volume de carburant consommé pour 100 km	Volume de dioxyde de carbone libéré lors d'un trajet de 100 km
SP95	7,0 L	8,3 m^3
E85	9,3 L	?

La fermentation de l'amidon des algues vertes permet de produire du « bioéthanol » $\text{C}_2\text{H}_6\text{O}$. Le bioéthanol est un carburant pouvant être utilisé par combustion dans certaines voitures sous la forme de E85 (85 % volumique de bioéthanol et 15 % volumique d'essence SP95) selon l'équation de réaction :



Q16. Montrer que la quantité de matière de bioéthanol $n_{\text{C}_2\text{H}_6\text{O}}$ contenu dans le volume d'E85 nécessaire pour parcourir 100 km est voisine de $1,4 \times 10^2$ mol.

On considérera que le dioxyde de carbone se comporte comme un gaz parfait à une température θ de 20 °C et une pression atmosphérique p_{atm} de 1,013 bar.

Pour la question suivante, le candidat est invité à prendre des initiatives et à présenter la démarche suivie, même si elle n'a pas abouti. La démarche est évaluée et nécessite d'être correctement présentée.

Q17. Déterminer le volume de CO_2 , noté V_{CO_2} , libéré lors d'un trajet de 100 km par la combustion du bioéthanol contenu dans l'E85. Comparer cette valeur au volume de dioxyde de carbone libéré si on utilise de l'essence SP95 pour le même trajet et conclure sur l'avantage du bioéthanol.

Corrigé

Partie A : dosage des ions nitrate **Q1.** Le chauffage à reflux apporte deux avantages :

- l'élévation de température est un **facteur cinétique** : elle augmente la vitesse de la réaction (1) et permet d'atteindre l'état final en quelques minutes au lieu de plusieurs heures ;
- le réfrigérant à eau **condense les vapeurs** qui retombent dans le ballon : aucune espèce volatile (eau, acide, produits) n'est perdue, la composition du mélange est conservée et le bilan de matière reste exact — c'est indispensable ici puisque tout le dosage repose sur la quantité d'ions Cu^{2+} formés.

Q2. Une dilution conserve la quantité de matière de soluté prélevée : $C_0 V_0 = C_2 V_2$, où V_0 est le volume de solution mère à prélever et $V_2 = 10,0$ mL le volume de la fiole. D'où

$$V_0 = \frac{C_2 V_2}{C_0} = \frac{1,0 \times 10,0}{2,0} = 5,0 \text{ mL}$$

(facteur de dilution $C_0/C_2 = 2$, donc on prélève bien la moitié du volume final).

Verrerie : une **pipette jaugée de 5,0 mL** munie d'une propipette pour le prélèvement (précision indispensable), un petit bécher pour y verser la solution mère, et une **fiole jaugée de 10,0 mL** avec son bouchon pour compléter à l'eau distillée jusqu'au trait de jauge puis homogénéiser.

Q3. Sur le spectre de la figure 1, l'absorbance est maximale vers $\lambda = 600$ nm. On choisit cette longueur d'onde pour le dosage : à l'absorbance maximale, une même variation de concentration produit la plus grande variation d'absorbance (sensibilité maximale), et le spectre y est presque plat, si bien qu'un petit décalage de réglage du spectrophotomètre ne fausse pas la mesure. La solution absorbe donc la lumière **orange** (600 nm). Elle apparaît de la couleur **complémentaire**, diamétralement opposée sur le cercle chromatique : la solution S_0 est **bleue** (ce qui est bien la couleur du tétraammine cuivre II).

Q4. La loi de Beer-Lambert s'écrit $A = \varepsilon \ell C$: pour une solution diluée, une seule espèce colorée et une longueur d'onde fixée, l'absorbance est *proportionnelle* à la concentration. Sur la figure 2, les quatre points étalons sont alignés sur une **droite passant par l'origine** : A est

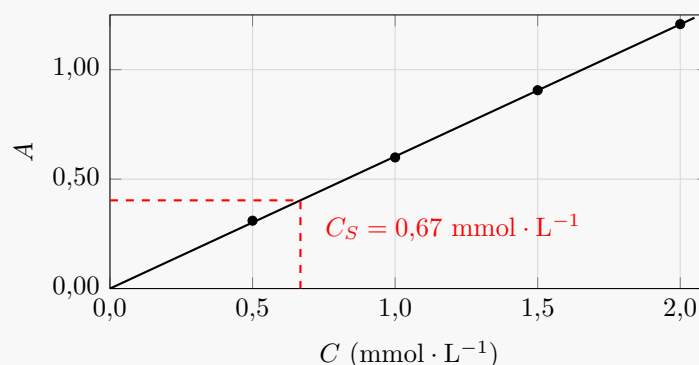
bien proportionnelle à C , ce qui est exactement l'énoncé de la loi. Le coefficient directeur vaut

$$k = \frac{1,208 - 0}{2,0 - 0} = 0,604 \text{ L} \cdot \text{mmol}^{-1}$$

(on retrouve la même valeur avec $S_2 : 0,599/1,0 = 0,599$).

Q5. Pour la solution S, $A_S = 0,403$. On reporte cette valeur sur la droite d'étalonnage et on lit l'abscisse correspondante, ou on inverse la relation $A = k C$:

$$C_S = \frac{A_S}{k} = \frac{0,403}{0,604} = 0,667 \text{ mmol} \cdot \text{L}^{-1} \approx 0,67 \text{ mmol} \cdot \text{L}^{-1}.$$



La solution S occupe la fiole jaugée de $V_S = 100,0 \text{ mL} = 0,1000 \text{ L}$, et l'énoncé précise que la quantité d'ions cuivre est égale à celle du composé coloré :

$$n_{\text{Cu}^{2+}} = C_S V_S = 0,667 \times 10^{-3} \times 0,1000 = 6,7 \times 10^{-5} \text{ mol}.$$

Q6. Le cuivre étant *en excès* et la transformation *totale*, l'ion nitrate est le réactif limitant : il est entièrement consommé. Tableau d'avancement de la réaction (1) (les ions H^+ sont en excès) :

	3 Cu	2 NO_3^-	3 Cu^{2+}
état initial ($x = 0$)	excès	$n_{\text{NO}_3^-}$	0
état final ($x = x_f$)	excès	$n_{\text{NO}_3^-} - 2x_f$	$3x_f$

Le nitrate est limitant : $n_{\text{NO}_3^-} - 2x_f = 0$, soit $x_f = \frac{n_{\text{NO}_3^-}}{2}$. Or $n_{\text{Cu}^{2+}} = 3x_f = \frac{3}{2} n_{\text{NO}_3^-}$, d'où

$$n_{\text{NO}_3^-} = \frac{2}{3} \times n_{\text{Cu}^{2+}}.$$

Q7. Quantité d'ions nitrate contenus dans les 50,0 mL d'eau :

$$n_{\text{NO}_3^-} = \frac{2}{3} \times 6,7 \times 10^{-5} = 4,5 \times 10^{-5} \text{ mol}.$$

Masse correspondante (en gardant la valeur non arrondie $4,47 \times 10^{-5} \text{ mol}$ dans le calcul) : $m = n_{\text{NO}_3^-} \times M_{\text{NO}_3^-} = 4,47 \times 10^{-5} \times 62,0 = 2,77 \times 10^{-3} \text{ g}$. Concentration en masse dans l'eau souterraine :

$$C_{m,\text{NO}_3^-} = \frac{m}{V_{\text{eau}}} = \frac{2,77 \times 10^{-3}}{50,0 \times 10^{-3}} = 5,5 \times 10^{-2} \text{ g} \cdot \text{L}^{-1} = 55 \text{ mg} \cdot \text{L}^{-1}.$$

Conclusion : $55 \text{ mg} \cdot \text{L}^{-1} > 50 \text{ mg} \cdot \text{L}^{-1}$. La teneur en ions nitrate dépasse le seuil réglementaire européen : cette eau souterraine bretonne n'est **pas** propre à la consommation humaine, et cet excès d'azote nourrit précisément la prolifération des algues vertes sur les côtes.

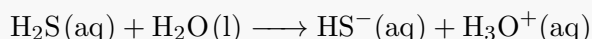
Ce que le correcteur attend : le volume qui intervient dans la concentration est celui de l'**eau souterraine** (50,0 mL) et non celui de la fiole (100,0 mL) où l'on a seulement transféré la matière ; et la comparaison au seuil se fait dans la même unité ($\text{mg} \cdot \text{L}^{-1}$).

Partie B : le sulfure d'hydrogène **Q8.** Les données fournissent le couple oxydant/réducteur $\text{SO}_4^{2-}(\text{aq})/\text{H}_2\text{S}(\text{aq})$: dans ce couple, l'ion sulfate est l'**oxydant** et le sulfure d'hydrogène le **réducteur**. Or un oxydant est une espèce capable de *capter* des électrons, et le passage de l'oxydant à son réducteur est une **réduction**. La demi-équation électronique du couple, écrite en milieu acide (on équilibre S, puis O avec H_2O , puis H avec H^+ , puis les charges avec les électrons), le montre :

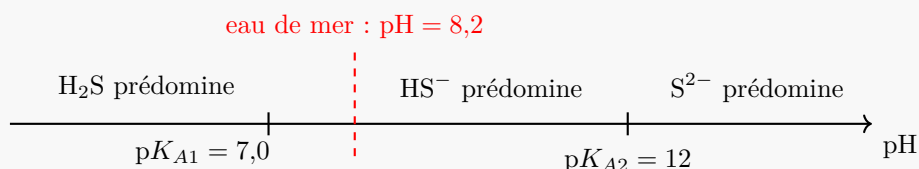


Les bactéries transforment SO_4^{2-} en H_2S : elles font donc **capter huit électrons** à l'ion sulfate, c'est-à-dire qu'elles le **réduisent**. D'où l'appellation « sulfato-réductrices ».

Q9. H_2S est l'acide du couple $\text{H}_2\text{S}/\text{HS}^-$, l'eau est la base du couple $\text{H}_3\text{O}^+/\text{H}_2\text{O}$. En additionnant les deux demi-équations acido-basiques ($\text{H}_2\text{S} \longrightarrow \text{HS}^- + \text{H}^+$ et $\text{H}_2\text{O} + \text{H}^+ \longrightarrow \text{H}_3\text{O}^+$) :

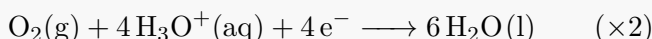
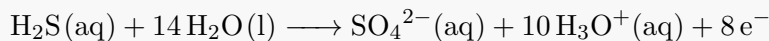


Q10. L'acide prédomine pour $\text{pH} < \text{p}K_{\text{A}}$, la base pour $\text{pH} > \text{p}K_{\text{A}}$:

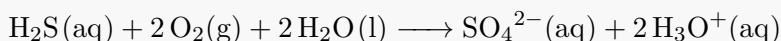


Au contact de l'eau de mer, $\text{pH} = 8,2$, compris entre $\text{p}K_{\text{A}1} = 7,0$ et $\text{p}K_{\text{A}2} = 12$: l'espèce prédominante est l'ion **hydrogénosulfure** HS^- , forme dissoute et non volatile — le gaz toxique reste alors piégé dans l'eau.

Q11. Le dioxygène (oxydant du couple $\text{O}_2/\text{H}_2\text{O}$) oxyde le sulfure d'hydrogène (réducteur du couple $\text{SO}_4^{2-}/\text{H}_2\text{S}$). Demi-équations électroniques :



En additionnant et en simplifiant les H_2O et les H_3O^+ qui figurent des deux côtés :



(on vérifie la conservation des éléments — 1 S, 6 O, 6 H de chaque côté — et de la charge : $0 = -2 + 2$).

La réaction **produit des ions oxonium** H_3O^+ : leur concentration augmente, donc $\text{pH} = -\log[\text{H}_3\text{O}^+]$ diminue. Le milieu subit bien une acidification (c'est de l'acide sulfurique qui se forme).

Q12. Pour la réaction $\text{H}_2\text{S}(\text{aq}) + \text{H}_2\text{O}(\text{l}) \rightleftharpoons \text{HS}^-(\text{aq}) + \text{H}_3\text{O}^+(\text{aq})$, la constante d'acidité est la constante d'équilibre associée :

$$K_{\text{A}1} = \frac{[\text{HS}^-]_{\text{éq}} \times [\text{H}_3\text{O}^+]_{\text{éq}}}{[\text{H}_2\text{S}]_{\text{éq}}}$$

les concentrations étant rapportées à la concentration standard $c^\circ = 1 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$, ce qui rend $K_{\text{A}1}$ sans dimension (l'eau, solvant, n'apparaît pas).

Q13. Application numérique de l'expression admise :

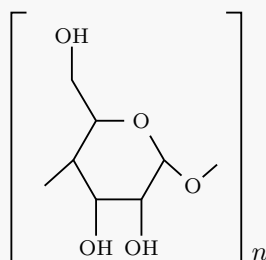
$$\text{pH} = \frac{1}{2} \times \left(7,0 - \log \left(\frac{0,09 \times 0,1}{1} \right) \right) = \frac{1}{2} \times (7,0 - \log(9 \times 10^{-3})) = \frac{7,0 + 2,05}{2} = 4,5.$$

À $\text{pH} = 4,5 < \text{p}K_{A1} = 7,0$, c'est l'acide qui prédomine : l'espèce majoritaire est le **sulfure d'hydrogène** H_2S , forme moléculaire volatile. L'acidification a donc déplacé l'équilibre de HS^- vers H_2S , qui s'échappe du milieu.

Risques. Sanitaires : l'étiquette porte la mention H330, « mortel par inhalation ». Les algues qui séchent sur la plage libèrent du H_2S gazeux ; sous une croûte, il s'accumule et peut atteindre en quelques secondes des concentrations létales pour un promeneur ou un animal — d'autant que ce gaz paralyse l'odorat à forte dose et cesse d'être détecté à l'odeur d'œuf pourri. Environnementaux : mention H400, « très toxique pour les organismes aquatiques », à quoi s'ajoute l'acidification du milieu par les ions H_3O^+ formés en Q11, néfaste pour la faune et la flore du littoral. Il faut donc ramasser les algues avant qu'elles ne se décomposent.

Partie C : revalorisation des algues vertes Q14. Le groupe entouré en pointillés est un groupe $-\text{OH}$ porté par un atome de carbone tétraédrique (ici un carbone $-\text{CH}_2-$), c'est-à-dire un groupe **hydroxyle** : il caractérise la famille des **alcools** (et, le carbone porteur n'étant lié qu'à un seul autre carbone, il s'agit d'un alcool primaire).

Q15. L'amylose est un polymère : on repère un groupe d'atomes qui se répète à l'identique le long de la chaîne. Ce **motif** est ici l'unité glucose cyclique (cycle à six sommets, cinq carbones et un atome d'oxygène, portant un groupe CH_2OH et deux groupes OH) reliée à la suivante par un **pont oxygène** :



De formule brute $\text{C}_6\text{H}_{10}\text{O}_5$, ce motif dérive du glucose $\text{C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6$ par perte d'une molécule d'eau à chaque liaison formée : l'amylose s'écrit $(\text{C}_6\text{H}_{10}\text{O}_5)_n$.

Q16. L'E85 contient 85 % *en volume* de bioéthanol :

$$V_{\text{C}_2\text{H}_6\text{O}} = 0,85 \times 9,3 = 7,9 \text{ L.}$$

Masse correspondante, puis quantité de matière :

$$m = \rho_{\text{C}_2\text{H}_6\text{O}} \times V_{\text{C}_2\text{H}_6\text{O}} = 789 \times 7,905 = 6,24 \times 10^3 \text{ g}$$

$$n_{\text{C}_2\text{H}_6\text{O}} = \frac{m}{M_{\text{C}_2\text{H}_6\text{O}}} = \frac{6237}{46,0} = 1,4 \times 10^2 \text{ mol}$$

(135,6 mol avant arrondi) : c'est bien la valeur annoncée.

Q17. Démarche. (i) L'équation de combustion donne la quantité de CO_2 formée à partir de celle d'éthanol brûlé ; (ii) la loi des gaz parfaits convertit cette quantité en volume dans les conditions indiquées ; (iii) on compare au volume donné pour le SP95.

(i) *Stœchiométrie.* D'après $\text{C}_2\text{H}_6\text{O} + 3 \text{O}_2 \longrightarrow 2 \text{CO}_2 + 3 \text{H}_2\text{O}$, une mole d'éthanol brûlée produit deux moles de dioxyde de carbone (l'éthanol est entièrement consommé dans le moteur, le dioxygène de l'air étant en excès) :

$$n_{\text{CO}_2} = 2 n_{\text{C}_2\text{H}_6\text{O}} = 2 \times 135,6 = 271 \text{ mol} = 2,7 \times 10^2 \text{ mol.}$$

(ii) *Volume.* $T = 20 + 273 = 293 \text{ K}$ et $p_{\text{atm}} = 1,013 \text{ bar} = 1,013 \times 10^5 \text{ Pa}$:

$$V_{\text{CO}_2} = \frac{n_{\text{CO}_2} R T}{p_{\text{atm}}} = \frac{271 \times 8,314 \times 293}{1,013 \times 10^5} = 6,5 \text{ m}^3.$$

L'ordre de grandeur est cohérent : le volume molaire vaut ici $RT/p = 2,4 \times 10^{-2} \text{ m}^3 \cdot \text{mol}^{-1}$, soit $24 \text{ L} \cdot \text{mol}^{-1}$.

(iii) *Comparaison et conclusion.* Pour 100 km, le bioéthanol de l'E85 libère $6,5 \text{ m}^3$ de CO_2 contre $8,3 \text{ m}^3$ pour le SP95, soit environ $1,8 \text{ m}^3$ et 22 % de moins, bien que le volume de carburant consommé soit plus grand (9,3 L au lieu de 7,0 L, car l'éthanol libère moins d'énergie par litre). Surtout, le carbone rejeté par le bioéthanol provient de l'amidon des algues, donc du CO_2 atmosphérique fixé par photosynthèse quelques mois plus tôt : ce carbone est *recyclé*, alors que celui du SP95 est du carbone fossile ajouté à l'atmosphère. S'ajoute l'avantage de valoriser un déchet encombrant et toxique.

Esprit critique. L'E85 contient encore 15 % de SP95, soit 1,4 L, qui libèrent de leur côté environ $8,3 \times 1,4/7,0 = 1,7 \text{ m}^3$ de CO_2 : au pot d'échappement, le total ($\approx 8,2 \text{ m}^3$) est comparable à celui du SP95. L'avantage du bioéthanol ne tient donc pas au volume de gaz rejeté, mais bien à l'origine *non fossile* de ce carbone.

Exercice 2

Sujet — Mesure du niveau d'un liquide — 6 points

Les capteurs capacitifs ont de nombreuses applications. Ils sont mis à profit entre autres pour contrôler le niveau de remplissage de cuves opaques. L'objectif de cet exercice est l'étude du fonctionnement d'un capteur capacitif de niveau.

Un capteur de niveau capacitif est constitué d'un condensateur creux immergé dans une cuve. Le condensateur est constitué de deux armatures métalliques A et B séparées par un isolant qui peut être l'air ou le liquide (figure 1). L'armature B entoure l'armature A. Le liquide et l'air n'ayant pas les mêmes propriétés isolantes, la capacité du condensateur dépend du niveau de liquide présent dans la cuve.

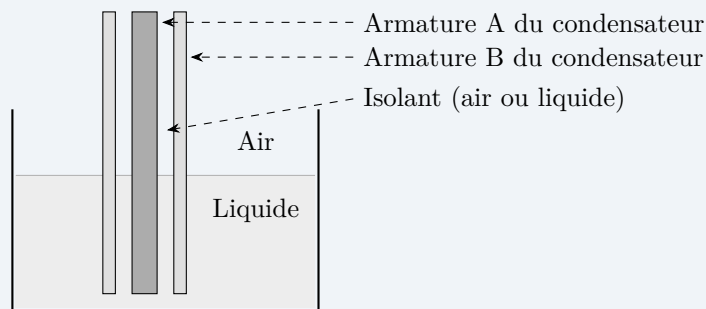


Figure 1. Schéma simplifié du capteur de niveau capacitif

Partie A : étude de l'influence de la capacité lors de la charge d'un condensateur

Un capteur de niveau capacitif peut être assimilé à un condensateur de capacité C dont la valeur peut varier en fonction du niveau de liquide. On effectue la charge du condensateur de capacité C , initialement déchargé, dans un circuit contenant un conducteur ohmique de résistance $R = 330 \text{ k}\Omega$ et un générateur délivrant une tension $E = 5,0 \text{ V}$ aux bornes du dipôle RC.

La figure 2 précise les conventions d'orientation utilisées pour représenter la tension E aux bornes du générateur, la tension u_R aux bornes du conducteur ohmique, la tension u_C aux bornes du condensateur ainsi que l'intensité i du courant circulant dans le circuit.

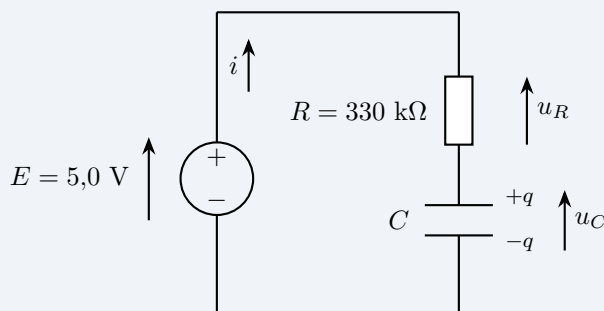


Figure 2. Conventions d'orientation utilisées pour l'intensité du courant et les tensions

Q1. Justifier que l'intensité i du courant peut s'exprimer en fonction de la tension u_C aux bornes du condensateur et de la capacité C du condensateur par la relation : $i = C \times \frac{du_C}{dt}$.

Q2. Établir l'équation différentielle vérifiée par la tension u_C aux bornes du condensateur lors de la charge sous une tension E .

La solution de cette équation différentielle est de la forme suivante : $u_C = E \times (1 - e^{-t/\tau})$, où $\tau = RC$ est la constante de temps du circuit étudié.

Q3. Vérifier par un calcul que la tension $u_C(\tau)$ aux bornes du condensateur a atteint, à l'instant $t = \tau$, 63 % de sa valeur maximale et déterminer la valeur de la tension $u_C(\tau)$.

Q4. Préciser l'influence de la capacité C sur la durée de charge complète du condensateur.

Partie B : détermination du volume d'huile contenu dans un fût métallique

La capacité C du condensateur dépend de la hauteur h d'huile dans le condensateur. Le condensateur est branché en série avec un conducteur ohmique. Le dipôle RC, ainsi constitué, est connecté à une sortie d'un microcontrôleur qui permet d'effectuer des charges et décharges successives du condensateur.

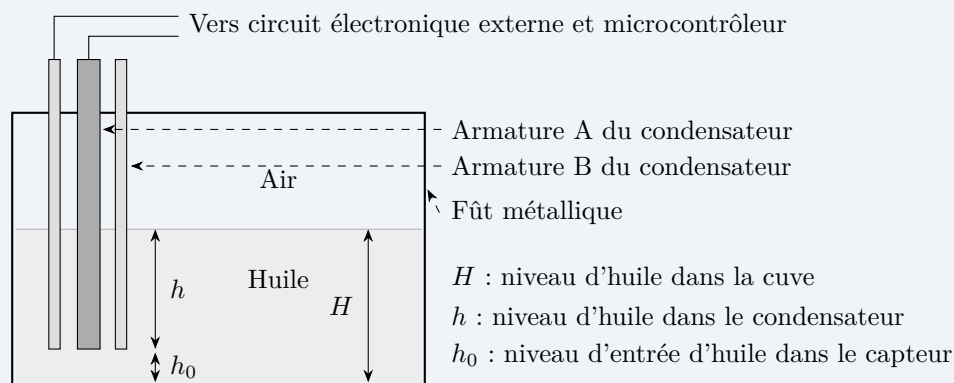


Figure 3. Schéma du dispositif de mesure dans le fût métallique

Une deuxième entrée du microcontrôleur permet de suivre l'évolution de la tension u_C aux bornes du condensateur au cours du temps représentée sur la figure 4.

Évolution de la tension u_C en fonction du temps t

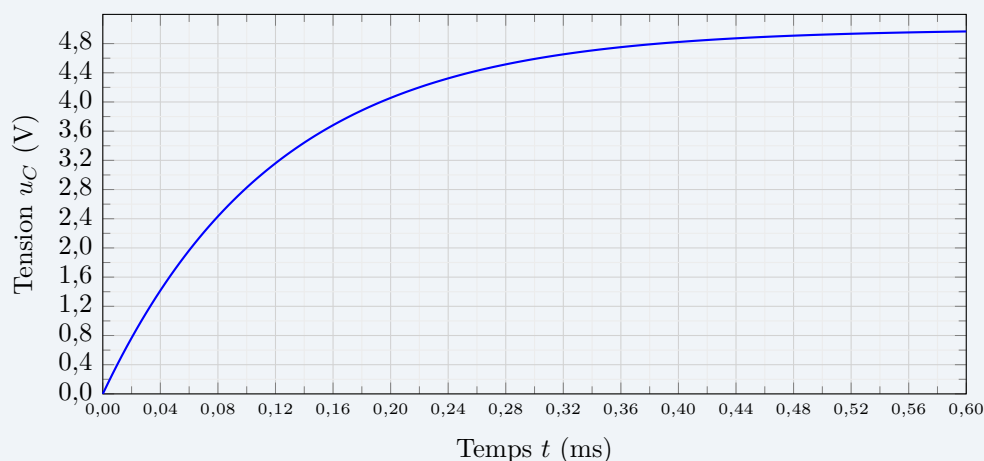


Figure 4. Courbe d'acquisition de la tension u_C en fonction du temps t

Q5. En utilisant la figure 4, montrer que la valeur de la constante de temps τ correspondant à la charge du capteur capacitif est voisine de $1,2 \times 10^{-4}$ s. Expliquer la méthode utilisée en s'appuyant sur un schéma.

On a préalablement mesuré à l'aide d'un capacimètre la capacité C du capteur pour différentes hauteurs h d'huile dans le capteur. On obtient alors la courbe d'étalonnage de la capacité C en fonction de la hauteur h dans le condensateur (figure 5).

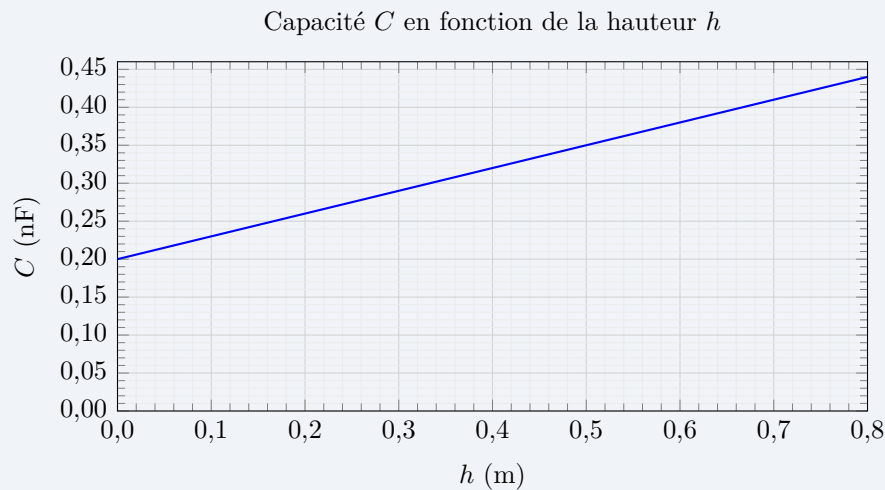


Figure 5. Courbe d'étalonnage $C = f(h)$

Données :

- le fût métallique est considéré comme un cylindre de diamètre $D = 0,610$ m ;
- volume d'un cylindre V (en m^3) de diamètre D (en m) et de hauteur H (en m) :

$$V = \frac{\pi}{4} \times D^2 \times H ;$$
- niveau d'entrée d'huile dans le capteur : $h_0 = 4,4$ cm ;
- résistance du circuit RC : $R = 330$ k Ω .

Dans la question suivante, le candidat est invité à prendre des initiatives et à présenter la démarche suivie même si elle n'a pas abouti. La démarche suivie est évaluée et nécessite donc d'être correctement présentée.

Q6. À l'aide des figures 4 et 5 et des données précédentes, calculer la valeur du volume d'huile V_H contenu dans le fût métallique, lors de l'enregistrement représenté en figure 4.

Corrigé

Partie A : influence de la capacité lors de la charge **Q1.** Le condensateur porte les charges $+q$ et $-q$ sur ses armatures, et sa relation caractéristique s'écrit, avec l'orientation de la figure 2 (la tension u_C est fléchée de l'armature $-q$ vers l'armature $+q$) :

$$q = C u_C.$$

Par définition, l'intensité du courant est le débit de charge : $i = \frac{dq}{dt}$, le courant i étant orienté de manière à arriver sur l'armature portant la charge $+q$ (sur la figure 2, le courant sort de la borne $+$ du générateur, traverse le conducteur ohmique puis rejoint l'armature supérieure du condensateur). La capacité C étant une constante du composant :

$$i = \frac{dq}{dt} = \frac{d(C u_C)}{dt} = C \times \frac{du_C}{dt}.$$

Q2. Le circuit ne comporte qu'une seule maille. Loi des mailles avec les orientations de la figure 2 :

$$E = u_R + u_C.$$

Le conducteur ohmique est orienté en convention récepteur, donc la loi d'Ohm donne $u_R = Ri$, et Q1 donne $i = C \frac{du_C}{dt}$. En reportant :

$$E = RC \frac{du_C}{dt} + u_C \quad \Longleftrightarrow \quad \frac{du_C}{dt} + \frac{1}{RC} u_C = \frac{E}{RC}.$$

C'est une équation différentielle linéaire du premier ordre à coefficients constants, avec second membre constant.

Q3. La valeur maximale de u_C est la valeur atteinte en régime permanent : quand $t \rightarrow \infty$, $e^{-t/\tau} \rightarrow 0$ et $u_C \rightarrow E$ (le condensateur est chargé, $i = 0$ et $u_R = 0$). À $t = \tau$:

$$u_C(\tau) = E (1 - e^{-\tau/\tau}) = E (1 - e^{-1}) = E (1 - 0,368) = 0,632 E,$$

soit bien 63 % de la valeur maximale E (ce pourcentage ne dépend ni de R ni de C). Numériquement :

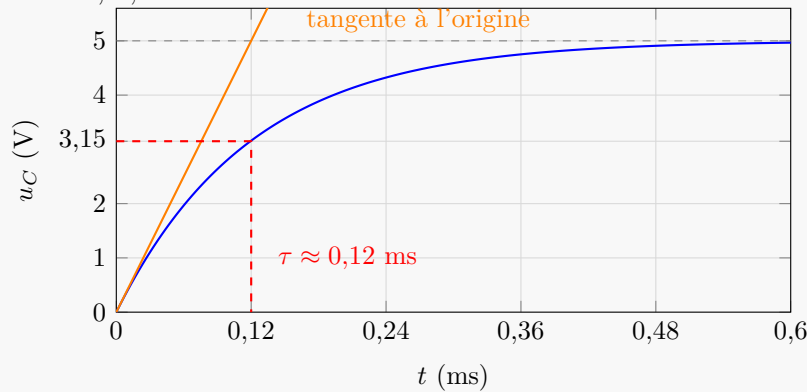
$$u_C(\tau) = 0,632 \times 5,0 = 3,2 \text{ V}.$$

Q4. La constante de temps vaut $\tau = RC$: à résistance R fixée, τ est *proportionnelle* à C . Or la charge est pratiquement complète au bout de quelques constantes de temps ($u_C = 0,95 E$ à $t = 3\tau$, $u_C = 0,99 E$ à $t = 5\tau$). Donc **plus la capacité C est grande, plus la charge est lente** : doubler C double la durée de charge. C'est ce qui rend le capteur exploitable — le niveau d'huile fait varier C , donc τ , et c'est cette durée que le microcontrôleur mesure.

Partie B : volume d'huile dans le fût **Q5.** *Méthode des 63 %.* D'après Q3, à $t = \tau$ la tension vaut $0,63 E = 0,63 \times 5,0 = 3,15 \text{ V}$. On trace donc l'horizontale $u_C = 3,15 \text{ V}$, on repère son intersection avec la courbe, et on lit l'abscisse correspondante : $\tau \approx 0,12 \text{ ms}$, soit

$$\tau = 1,2 \times 10^{-4} \text{ s}.$$

Vérification par la tangente à l'origine. La tangente à la courbe en $t = 0$ a pour coefficient directeur $\frac{du_C}{dt}(0) = \frac{E}{\tau}$: elle coupe l'asymptote horizontale $u_C = E = 5,0 \text{ V}$ à l'abscisse $t = \tau$. On lit la même valeur, 0,12 ms.



Q6. *Démarche.* τ (figure 4) donne C par $\tau = RC$; C donne h par la courbe d'étalonnage (figure 5) ; h et h_0 donnent la hauteur H d'huile dans le fût ; H et D donnent le volume.
Capacité du capteur. $\tau = RC$, donc

$$C = \frac{\tau}{R} = \frac{1,2 \times 10^{-4}}{330 \times 10^3} = 3,6 \times 10^{-10} \text{ F} = 0,36 \text{ nF}.$$

Hauteur d'huile dans le capteur. Sur la figure 5, la courbe d'étalonnage est une droite qui passe par (0 ; 0,200 nF) — capteur rempli d'air seulement — et par (0,80 m ; 0,440 nF), soit un

coefficient directeur $\frac{0,440 - 0,200}{0,80} = 0,30 \text{ nF} \cdot \text{m}^{-1}$ et $C = 0,200 + 0,30 h$. Pour $C = 0,364 \text{ nF}$, on lit

$$h = \frac{0,364 - 0,200}{0,30} = 0,55 \text{ m.}$$

Hauteur d'huile dans le fût. D'après la figure 3, l'huile n'entre dans le capteur qu'à partir du niveau h_0 : la hauteur totale dans la cuve est

$$H = h + h_0 = 0,55 + 0,044 = 0,59 \text{ m.}$$

Volume.

$$V_H = \frac{\pi}{4} \times D^2 \times H = \frac{\pi}{4} \times (0,610)^2 \times 0,59 = 0,17 \text{ m}^3,$$

soit $V_H \approx 1,7 \times 10^2 \text{ L}$. L'ordre de grandeur est cohérent : un fût standard de 200 L, rempli aux trois quarts environ.

Ce que le correcteur attend : convertir $h_0 = 4,4 \text{ cm} = 0,044 \text{ m}$ et surtout ne pas oublier de l'ajouter à h — le capteur ne « voit » pas les premiers centimètres d'huile ; la capacité C exprimée en farads ($1 \text{ nF} = 10^{-9} \text{ F}$) et R en ohms ($330 \text{ k}\Omega = 3,30 \times 10^5 \Omega$) ; enfin le diamètre D , et non le rayon, dans la formule donnée. Le résultat est robuste à la lecture graphique : en arrondissant d'abord la capacité à $C = 0,36 \text{ nF}$ on trouve $h = 0,53 \text{ m}$, et toute lecture de h entre 0,53 et 0,55 m donne V_H entre 0,168 et 0,174 m^3 , soit 0,17 m^3 à deux chiffres significatifs.

Exercice 3

Sujet — Le javelot tir sur cible — 5 points

Le « javelot tir sur cible » est un jeu populaire du nord de la France dans lequel le joueur envoie deux javelots (sortes de grosses fléchettes) sur une cible verticale en se plaçant à 8 m de celle-ci. La cible est composée de deux cercles concentriques : un rouge à l'extérieur et un blanc au centre. (D'après « jeuxpicards.org »)

L'objectif de cet exercice est d'étudier la trajectoire du javelot lors d'un lancer.

On s'intéresse au mouvement du javelot assimilé à un point matériel M lorsque le joueur le lance. L'étude est réalisée dans un référentiel terrestre supposé galiléen. Le mouvement a lieu dans le plan (xOz) présenté sur la figure 1. Les forces de frottements et la poussée d'Archimède sont négligées tout au long de l'exercice. Lorsque le javelot, de masse m , quitte la main du joueur, son centre de masse se situe en M_0 à une hauteur H par rapport au sol avec un vecteur vitesse initiale $\vec{v}_0$ qui forme un angle α avec l'horizontale.

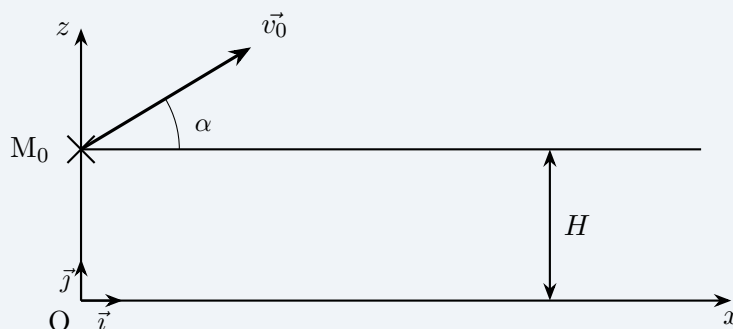


Figure 1. Schéma du lancer de javelot

Données :

- masse du javelot : $m = 300 \text{ g}$;
- intensité de la pesanteur : $g = 9,81 \text{ N} \cdot \text{kg}^{-1}$;
- distance entre le lanceur et la cible : $d = 8 \text{ m}$.

Q1. Énoncer la deuxième loi de Newton et l'appliquer en effectuant un bilan des forces qui s'exercent sur le système au cours du lancer de javelot.

Q2. Déterminer l'expression des coordonnées $a_x(t)$ et $a_z(t)$ du vecteur accélération $\vec{a}(t)$ du point M au cours du temps.

Q3. Déterminer l'expression des coordonnées $v_x(t)$ et $v_z(t)$ du vecteur vitesse $\vec{v}(t)$ du point M au cours du temps.

Q4. Montrer que les équations horaires du mouvement $x(t)$ et $z(t)$ du point M au cours du temps ont pour expression :

$$\begin{cases} x(t) = v_0 (\cos \alpha) t \\ z(t) = -\frac{1}{2} g t^2 + v_0 (\sin \alpha) t + H \end{cases}$$

Q5. Démontrer que la trajectoire du point M a pour équation :

$$z(x) = -\frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} x^2 + (\tan \alpha) x + H$$

Le lancer d'un joueur est enregistré et les positions prises par le javelot au cours du temps sont pointées. Un programme Python permet de modéliser la trajectoire du javelot (figure 2).

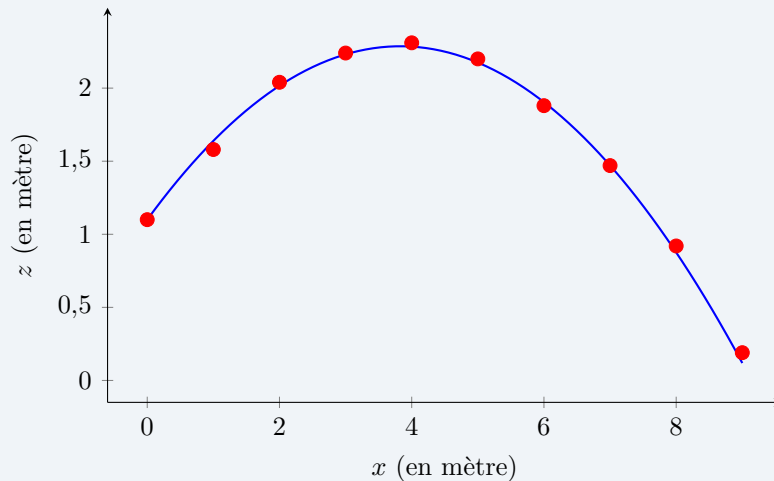


Figure 2. Trajectoire du javelot

La trajectoire du javelot est modélisée par une courbe d'équation $z = -0,081x^2 + 0,62x + 1,1$ dans laquelle les paramètres z et x sont exprimés en m.

Q6. Dédurre de cette modélisation la hauteur initiale H du javelot à l'instant du lancer à $t = 0$.

Q7. Montrer que l'angle avec lequel le javelot a été lancé par rapport à l'horizontale vaut $\alpha = 32^\circ$ et que la vitesse initiale du lancer est de $v_0 = 9,2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

Le centre de la cible se situe à 85 cm du sol. Quand le javelot se plante dans le cercle blanc mesurant 6 cm de diamètre, le joueur reçoit 2 points. Quand le javelot se plante dans la couronne circulaire mesurant 21 cm de diamètre extérieur et 6 cm de diamètre intérieur, le joueur reçoit 1 point.

Q8. En utilisant l'équation modélisant la trajectoire, déterminer le nombre de points marqués par le joueur.

Corrigé

Q1. Énoncé. Dans un référentiel galiléen, la somme vectorielle des forces extérieures appliquées à un système de masse m constante est égale au produit de cette masse par le vecteur accélération de son centre de masse :

$$\sum \vec{F}_{\text{ext}} = m \vec{a}.$$

Application. Système : le javelot, assimilé au point matériel M de masse $m = 300 \text{ g} = 0,300 \text{ kg}$. *Référentiel :* terrestre, supposé galiléen. *Bilan des forces :* les frottements de l'air et la poussée d'Archimède étant négligés, la seule force extérieure est le **pooids** $\vec{P} = m \vec{g}$, vertical, dirigé vers le bas, de valeur $P = 0,300 \times 9,81 = 2,94 \text{ N}$. La deuxième loi de Newton donne alors :

$$m \vec{g} = m \vec{a} \quad \implies \quad \vec{a} = \vec{g}.$$

L'accélération est donc constante (mouvement uniformément accéléré) et ne dépend pas de la masse du javelot.

Q2. Dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$ de la figure 1, l'axe (Oz) est vertical ascendant : le vecteur $\vec{g}$, vertical vers le bas, a pour coordonnées $(0 ; -g)$. Comme $\vec{a} = \vec{g}$:

$$\begin{cases} a_x(t) = 0 \\ a_z(t) = -g = -9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2} \end{cases}$$

Ce que le correcteur attend : le signe $-$, qui vient du choix d'orienter (Oz) vers le haut.

Q3. Le vecteur vitesse est une primitive du vecteur accélération par rapport au temps : $a_x = \frac{dv_x}{dt}$ et $a_z = \frac{dv_z}{dt}$. En intégrant :

$$v_x(t) = K_1, \quad v_z(t) = -gt + K_2,$$

où K_1 et K_2 sont fixées par les conditions initiales. À $t = 0$, le vecteur $\vec{v}_0$ fait l'angle α avec l'horizontale, donc $v_x(0) = v_0 \cos \alpha$ et $v_z(0) = v_0 \sin \alpha$. D'où

$$\begin{cases} v_x(t) = v_0 \cos \alpha \\ v_z(t) = -gt + v_0 \sin \alpha \end{cases}$$

La composante horizontale de la vitesse reste constante (aucune force horizontale) : le mouvement projeté sur (Ox) est uniforme.

Q4. De même, les coordonnées de position sont des primitives de celles de la vitesse : $v_x = \frac{dx}{dt}$ et $v_z = \frac{dz}{dt}$. En intégrant :

$$x(t) = v_0(\cos \alpha)t + K_3, \quad z(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0(\sin \alpha)t + K_4.$$

À $t = 0$, le javelot est en M_0 , sur l'axe (Oz) à la hauteur H (figure 1) : $x(0) = 0$ donne $K_3 = 0$, et $z(0) = H$ donne $K_4 = H$. On obtient bien

$$\begin{cases} x(t) = v_0(\cos \alpha)t \\ z(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0(\sin \alpha)t + H \end{cases}$$

Q5. L'équation de la trajectoire s'obtient en éliminant le temps entre les deux équations horaires. Comme $\alpha \neq 90^\circ$, $\cos \alpha \neq 0$ et la première relation donne

$$t = \frac{x}{v_0 \cos \alpha}.$$

En reportant dans $z(t)$:

$$z(x) = -\frac{1}{2}g\left(\frac{x}{v_0 \cos \alpha}\right)^2 + v_0 \sin \alpha \times \frac{x}{v_0 \cos \alpha} + H = -\frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \alpha}x^2 + \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}x + H,$$

soit, puisque $\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \tan \alpha$:

$$z(x) = -\frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \alpha}x^2 + (\tan \alpha)x + H.$$

C'est une fonction polynomiale du second degré en x dont le coefficient dominant est négatif : la trajectoire est un **arc de parabole** tourné vers le bas, conforme à la figure 2.

Q6. Le lancer a lieu à $t = 0$, c'est-à-dire en $x = 0$. En identifiant l'équation modélisée $z = -0,081x^2 + 0,62x + 1,1$ à l'équation établie en Q5, le terme constant est la hauteur initiale :

$$H = z(0) = 1,1 \text{ m.}$$

C'est bien l'ordonnée à l'origine lue sur la figure 2, et une hauteur de main plausible pour un lanceur.

Q7. L'identification des deux écritures de $z(x)$ terme à terme donne deux équations.

Angle. Le coefficient du terme en x vaut $\tan \alpha$:

$$\tan \alpha = 0,62 \quad \Rightarrow \quad \alpha = \arctan(0,62) = 31,8^\circ \approx 32^\circ.$$

Vitesse initiale. Le coefficient du terme en x^2 vaut $-\frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \alpha}$:

$$\frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} = 0,081 \quad \Rightarrow \quad v_0^2 = \frac{g}{2 \times 0,081 \times \cos^2 \alpha} = \frac{9,81}{0,162 \times (0,850)^2} = 83,8,$$

d'où $v_0 = \sqrt{83,8} = 9,2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, soit environ $33 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$: un ordre de grandeur raisonnable pour un lancer de fléchette lourde à bras cassé.

Ce que le correcteur attend : la calculatrice en **degrés** pour arctan, et le carré du cosinus (et non le cosinus du carré) ; on peut aussi écrire directement $v_0 = \frac{1}{\cos \alpha} \sqrt{\frac{g}{2 \times 0,081}}$.

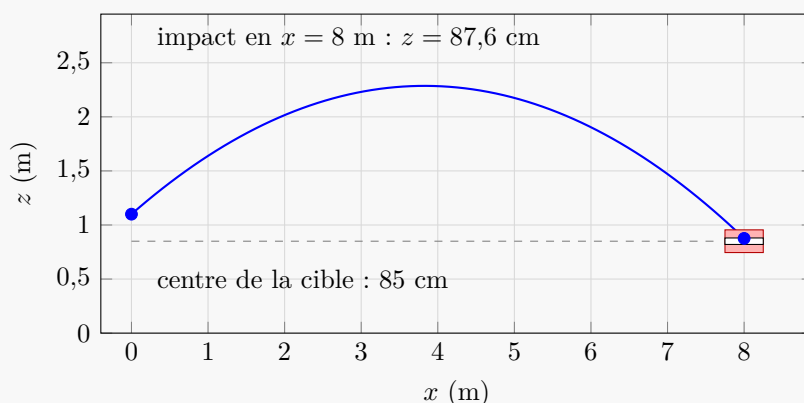
Q8. La cible est verticale, à la distance $d = 8 \text{ m}$ du lanceur : le javelot s'y plante à l'altitude $z(8)$, que l'on calcule avec l'équation modélisée :

$$z(8) = -0,081 \times 8^2 + 0,62 \times 8 + 1,1 = -5,184 + 4,96 + 1,1 = 0,876 \text{ m} = 87,6 \text{ cm.}$$

Le centre de la cible est à $z_C = 85 \text{ cm}$. L'écart entre le point d'impact et le centre vaut

$$\Delta z = 87,6 - 85 = 2,6 \text{ cm.}$$

Le cercle blanc a un *diamètre* de 6 cm, donc un **rayon** de 3 cm. Comme $\Delta z = 2,6 \text{ cm} < 3 \text{ cm}$, le javelot se plante dans le cercle blanc : le joueur marque **2 points**.



Ce que le correcteur attend : comparer l'écart au **rayon** (3 cm) et non au diamètre (6 cm) du cercle blanc, et travailler dans une unité unique (le sujet mélange mètres et centimètres). On remarquera que la marge est très faible : il suffirait de 4 mm de plus sur $z(8)$ pour que l'écart atteigne 3 cm et que l'impact bascule dans la couronne rouge (rayon extérieur 10,5 cm), qui ne rapporte qu'un point. Le résultat doit donc être conduit sans arrondi intermédiaire, avec l'équation modélisée telle qu'elle est donnée.