

Physique-chimie

Baccalauréat général 2026 — épreuve de spécialité

Amérique du Nord, session 2026 (26-PYCJ1AN1)

Corrigé

Trois exercices

Exercice 1

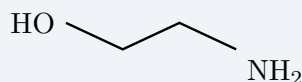
Sujet — Valorisation du dioxyde de carbone dans les cimenteries — 9 points

Le principe de la valorisation consiste à considérer le CO_2 comme une matière première. Le CO_2 est capté à la sortie des fumées industrielles, comme celles produites dans les cimenteries, et exploité pour réaliser des produits commercialement rentables. Chercheurs et industriels fondent beaucoup d'espoir sur la production de méthanol, un produit à haute valeur énergétique. (*D'après planete-energies.com*)

Cet exercice s'intéresse tout d'abord au captage du dioxyde de carbone par l'éthanolamine, puis au contrôle qualité d'une solution d'éthanolamine et enfin à l'utilisation possible du dioxyde de carbone capté dans la production de méthanol.

Données pour tout l'exercice :

- masse molaire de la molécule d'éthanolamine : $M(\text{C}_2\text{H}_7\text{NO}) = 61,0 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$;
- densité des solutions aqueuses d'éthanolamine : $d = 1,0$;
- masse volumique de l'eau : $\rho_{\text{eau}} = 1,00 \text{ g} \cdot \text{mL}^{-1}$;
- couple acide-base de l'éthanolamine : $\text{C}_2\text{H}_8\text{NO}^+(\text{aq}) / \text{C}_2\text{H}_7\text{NO}(\text{aq})$;
- $\text{p}K_A(\text{C}_2\text{H}_8\text{NO}^+ / \text{C}_2\text{H}_7\text{NO}) = 9,5$;
- $K_e = \frac{[\text{H}_3\text{O}^+][\text{HO}^-]}{(c^\circ)^2} = 1,0 \times 10^{-14}$ avec $c^\circ = 1 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$;
- formule topologique de la molécule d'éthanolamine :



1. Captage de la molécule de dioxyde de carbone par la molécule d'éthanolamine

Pour réduire ses émissions, l'industrie cimentière cherche à capter le dioxyde de carbone produit par ses usines. Le procédé chimique le plus couramment utilisé est le lavage aux amines. Ce procédé permet d'isoler le CO_2 présent dans les gaz de combustion libérés lors de la fabrication du ciment.

Le lavage aux amines repose sur une réaction acido-basique entre le dioxyde de carbone et une solution aqueuse contenant environ 20 % en masse d'éthanolamine, une base faible. Cette transformation est non totale.

Q1. Reproduire, sur la copie, la formule topologique de la molécule d'éthanolamine. Entourer les groupes caractéristiques de la molécule puis nommer les familles fonctionnelles associées. On considère un volume $V = 1,0 \text{ L}$ d'une solution d'éthanolamine à 20 % en masse.

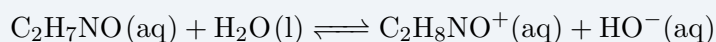
Q2. Vérifier que la valeur de la concentration en quantité de matière C de la solution aqueuse d'éthanolamine à 20 % est de $3,3 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$.

La mesure du pH de la solution donne $\text{pH} = 11$.

Q3. Représenter le diagramme de prédominance du couple acide-base de l'éthanolamine.

Q4. Préciser, en justifiant, sous quelle forme acide ou basique est présente l'éthanolamine dans la solution.

L'éthanolamine réagit avec l'eau selon l'équation de réaction suivante :



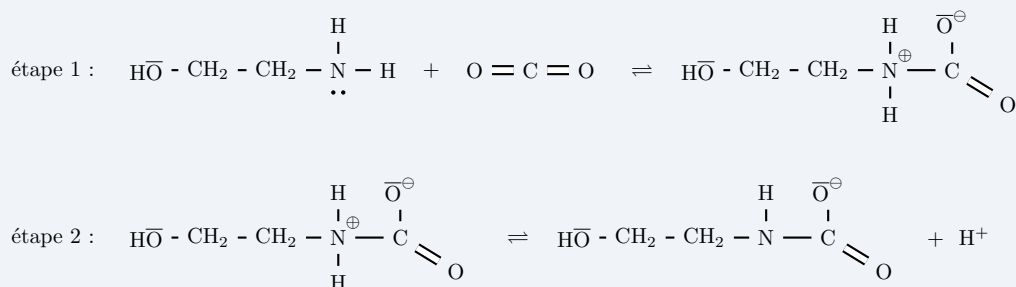
Q5. Donner l'expression du taux d'avancement τ de la réaction étudiée en fonction de l'avancement final x_f et de l'avancement maximal x_{max} .

Q6. Exprimer l'avancement maximal x_{max} en fonction de C et V . Le candidat pourra s'appuyer, si besoin, sur un tableau d'avancement.

Q7. Montrer que le taux d'avancement τ peut s'exprimer : $\tau = \frac{K_e \cdot c^\circ}{C \cdot 10^{-\text{pH}}}$.

Q8. Calculer la valeur du taux d'avancement τ et la commenter par rapport à la force de la base.

On s'intéresse à une partie du mécanisme réactionnel de la réaction de captage du dioxyde de carbone par l'éthanolamine dont les premières étapes sont données ci-dessous :



Q9. Identifier un intermédiaire réactionnel en justifiant la réponse.

Q10. Recopier l'étape 1 et représenter par des flèches courbes le déplacement d'électrons. Justifier leur sens.

2. Contrôle qualité d'une solution d'éthanolamine L'éthanolamine peut s'altérer au fil du temps, entraînant une diminution progressive de sa concentration. Un technicien souhaite s'assurer que la solution aqueuse S d'éthanolamine dont il dispose peut être utilisée pour le captage du dioxyde de carbone. Pour cela, il réalise un titrage pH-métrique.

La solution S est préalablement diluée 50 fois. La solution obtenue est notée S_{50} .

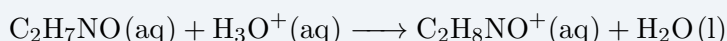
Q11. Choisir le matériel qui permet de préparer 250,0 mL de solution S_{50} à partir de la solution S en justifiant la verrerie choisie.

Verrerie à disposition :

- béchers : 50 mL, 100 mL, 250 mL ;
- pipettes jaugées : 5,0 mL, 10,0 mL, 20,0 mL ;
- pipettes graduées : 5,0 mL, 10,0 mL ;
- éprouvettes graduées : 20 mL, 100 mL, 250 mL ;
- fioles jaugées : 50,0 mL, 100,0 mL, 250,0 mL.

Le technicien dose par titrage avec suivi pH-métrique un volume $V_B = 25,0$ mL de solution diluée S_{50} . La solution titrante est de l'acide chlorhydrique de concentration $C_A = 0,10 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$. La figure 1 ci-dessous présente l'évolution du pH du milieu réactionnel en fonction du volume versé de solution titrante.

L'équation de la réaction modélisant la transformation observée durant le dosage par titrage est :



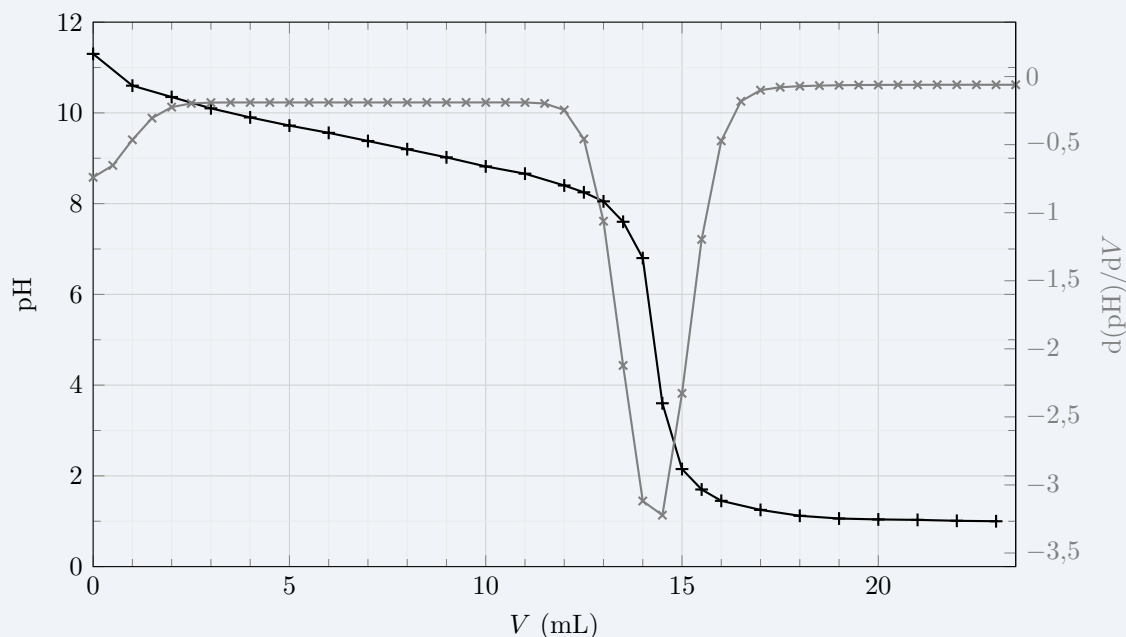


Figure 1. Courbe de suivi pH-métrique du titrage de la solution S_{50} (en gris, la courbe dérivée)

Q12. Définir l'équivalence d'un titrage.

Q13. Déterminer, à partir de la courbe de titrage, le volume V_E de solution titrante versé à l'équivalence. Expliquer la méthode employée.

Q14. En déduire la valeur du titre massique en éthanolamine, en %, de la solution S.

Le candidat est invité à prendre des initiatives et à présenter la démarche suivie, même si elle n'a pas abouti. La démarche est évaluée et nécessite d'être correctement présentée.

La concentration en éthanolamine influence l'efficacité du captage : une concentration trop faible réduit la performance, une concentration trop élevée accroît les risques de corrosion des équipements.

Titre massique en éthanolamine	15 %	20 %	25 %	30 %
Efficacité de captation du CO_2	Faible	Bonne	Bonne à très bonne	Très bonne
Tolérance à la corrosion des équipements	Très bonne	Acceptable	Risques accrus	Très mauvaise

D'après Wang N., Wang D., Krook-Riekkola A., Ji X. (2023). MEA-based CO_2 capture. Front. Energy Res., 11 :1230743.

Q15. Commenter le résultat en discutant la possibilité d'utiliser cette solution d'éthanolamine pour capter le dioxyde de carbone.

3. Production de méthanol à partir du dioxyde de carbone capté Le méthanol (CH_3OH) peut être obtenu par réaction entre le dioxyde de carbone et le dihydrogène ; il se forme également de l'eau. La transformation est totale.

Q16. Écrire l'équation de la réaction modélisant la formation du méthanol.

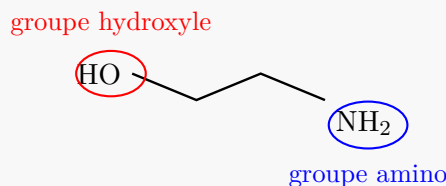
En France, le projet EDF-Hynovi prévoit la fabrication de 200 000 tonnes de méthanol de synthèse par an à partir du CO_2 d'une cimenterie. La quantité de dihydrogène nécessaire est de 37 500 tonnes. Pour produire le dihydrogène, l'usine prévoit d'utiliser des électrolyseurs dont la puissance totale est de 330 MW. L'énergie nécessaire à la production d'un kilogramme de dihydrogène est de $55 \text{ kW} \cdot \text{h}$.

Q17. Déterminer la durée nécessaire à la production des 37 500 tonnes de dihydrogène.

Q18. En déduire si la puissance des électrolyseurs est suffisante pour la production attendue.

Corrigé

1. Captage du dioxyde de carbone Q1. La molécule $\text{C}_2\text{H}_7\text{NO}$ porte deux groupes caractéristiques, à chaque extrémité de la chaîne carbonée :



- le groupe **hydroxyle** $-\text{OH}$, porté par un carbone qui n'est lié qu'à un seul autre carbone : famille des **alcools** (ici un alcool primaire) ;
- le groupe **amino** $-\text{NH}_2$: famille des **amines** (ici une amine primaire).

L'éthanolamine est donc un amino-alcool ; son nom en nomenclature systématique est le 2-aminoéthanol.

Q2. La densité compare la masse volumique de la solution à celle de l'eau : $d = \frac{\rho}{\rho_{\text{eau}}}$, donc

$$\rho = d \rho_{\text{eau}} = 1,0 \times 1,00 = 1,0 \text{ g} \cdot \text{mL}^{-1}.$$

$$\text{Masse d'un litre de solution : } m_{\text{sol}} = \rho V = 1,0 \text{ g} \cdot \text{mL}^{-1} \times 1,0 \times 10^3 \text{ mL} = 1,0 \times 10^3 \text{ g}.$$

Le titre massique valant 20 %, la masse d'éthanolamine contenue dans ce litre est

$$m = 0,20 \times m_{\text{sol}} = 0,20 \times 1,0 \times 10^3 = 2,0 \times 10^2 \text{ g},$$

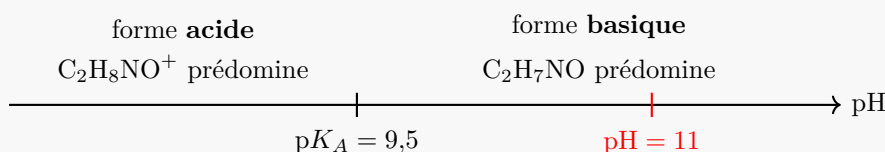
d'où la quantité de matière puis la concentration :

$$n = \frac{m}{M} = \frac{2,0 \times 10^2}{61,0} = 3,28 \text{ mol}, \quad C = \frac{n}{V} = \frac{3,28}{1,0} = 3,3 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}.$$

La valeur annoncée est bien vérifiée. On peut aussi l'écrire d'un seul jet : $C = \frac{d \rho_{\text{eau}} w}{M}$.

Ce que le correcteur attend : passer de la densité (sans unité) à la masse volumique, et ne pas confondre un pourcentage *massique* avec un pourcentage volumique.

Q3. Le diagramme de prédominance se construit autour de $\text{p}K_A = 9,5$: l'acide prédomine quand $\text{pH} < \text{p}K_A$, la base quand $\text{pH} > \text{p}K_A$.



Q4. La solution a un $\text{pH} = 11$, donc $\text{pH} > \text{p}K_A = 9,5$: c'est le domaine de prédominance de la **forme basique**. L'éthanolamine est donc présente essentiellement sous sa forme basique $\text{C}_2\text{H}_7\text{NO}(aq)$. C'est cohérent avec l'énoncé : c'est bien la base qui capte le CO_2 (caractère acide en solution aqueuse).

Q5. Par définition, le taux d'avancement final est le rapport de l'avancement réellement atteint à l'avancement qu'on aurait si la transformation était totale :

$$\tau = \frac{x_f}{x_{\text{max}}}.$$

Q6. L'eau est le solvant : elle est en très large excès. Le réactif limitant est donc l'éthanolamine, de quantité initiale $n_0 = CV$.

	$\text{C}_2\text{H}_7\text{NO}$	H_2O	$\text{C}_2\text{H}_8\text{NO}^+$	HO^-
état initial ($x = 0$)	CV	excès	0	0
en cours (x)	$CV - x$	excès	x	x
état final réel (x_f)	$CV - x_f$	excès	x_f	x_f
état final fictif ($x_{\max}$)	$CV - x_{\max} = 0$	excès	$x_{\max}$	$x_{\max}$

Si la transformation était totale, l'éthanolamine serait entièrement consommée : $CV - x_{\max} = 0$, soit

$$x_{\max} = CV.$$

Q7. D'après le tableau, à l'état final $n_f(\text{HO}^-) = x_f$, donc

$$[\text{HO}^-] = \frac{x_f}{V} \implies x_f = [\text{HO}^-] V.$$

Le produit ionique de l'eau donne $[\text{HO}^-] = \frac{K_e (c^\circ)^2}{[\text{H}_3\text{O}^+]}$, et la définition du pH donne $[\text{H}_3\text{O}^+] = 10^{-\text{pH}} c^\circ$. En reportant :

$$[\text{HO}^-] = \frac{K_e (c^\circ)^2}{10^{-\text{pH}} c^\circ} = \frac{K_e c^\circ}{10^{-\text{pH}}}.$$

Il vient alors, avec $x_{\max} = CV$:

$$\tau = \frac{x_f}{x_{\max}} = \frac{[\text{HO}^-] V}{CV} = \frac{[\text{HO}^-]}{C} = \frac{K_e \cdot c^\circ}{C \cdot 10^{-\text{pH}}}.$$

Le volume se simplifie : le taux d'avancement ne dépend que des concentrations.

Q8. Avec $\text{pH} = 11$ et $C = 3,3 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$:

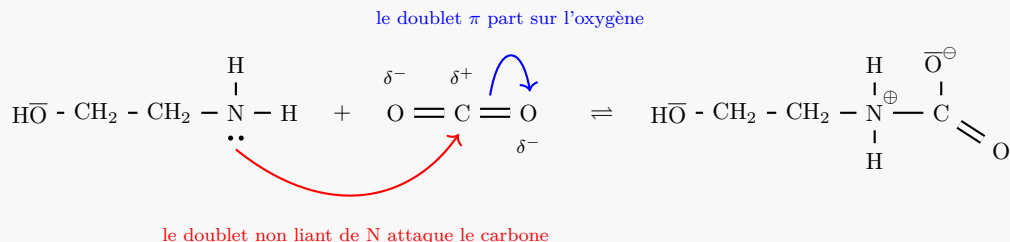
$$\tau = \frac{1,0 \times 10^{-14} \times 1}{3,3 \times 10^{-11}} = 3,0 \times 10^{-4}, \quad \text{soit} \quad \tau = 3,0 \times 10^{-2} \text{ \%}.$$

Commentaire : $\tau \ll 1$. Sur 10 000 molécules d'éthanolamine introduites, trois seulement ont réagi avec l'eau : la transformation est très largement non totale. C'est la signature d'une **base faible**, conformément à l'énoncé. On le retrouve avec la constante de basicité : $K_b = K_e/K_A = 10^{-14}/10^{-9,5} = 3,2 \times 10^{-5}$, très petite devant 1.

Q9. Un **intermédiaire réactionnel** est une espèce qui est *formée* au cours d'une étape du mécanisme puis *consommée* lors d'une étape ultérieure : elle n'apparaît ni dans les réactifs ni dans les produits du bilan global.

Ici, l'espèce $\text{HO}-\text{CH}_2-\text{CH}_2-\text{N}^+\text{H}_2-\text{COO}^-$ (l'amphion formé par fixation du CO_2 sur l'azote) est produite à l'étape 1 et consommée à l'étape 2 : c'est un intermédiaire réactionnel.

Q10. L'étape 1 recopiée, avec les deux flèches courbes :



Justification du sens. Une flèche courbe part toujours d'un **site donneur** de doublet d'électrons vers un **site accepteur**.

- *Première flèche* : l'atome d'azote porte un doublet non liant et est peu électronégatif : c'est un site donneur. Dans la molécule CO_2 , l'oxygène est bien plus électronégatif que le carbone : les deux liaisons $\text{C}=\text{O}$ sont polarisées et le carbone porte une charge partielle δ^+ : c'est un site accepteur. La flèche part donc du doublet non liant de N vers l'atome de carbone, et une liaison $\text{N}-\text{C}$ se forme. L'azote, qui a cédé son doublet, devient chargé positivement.
- *Seconde flèche* : le carbone ne peut pas former une cinquième liaison. Il faut donc rompre simultanément une liaison. Le doublet de la liaison π de $\text{C}=\text{O}$ part vers l'atome le plus **électronégatif**, l'oxygène, qui porte alors une charge négative.

Le bilan de l'étape conserve les atomes et la charge globale (nulle de part et d'autre) : l'espèce formée est un amphion.

2. Contrôle qualité de la solution Q11. Diluer 50 fois signifie que le facteur de dilution vaut $F = \frac{C_S}{C_{50}} = \frac{V_{\text{fil}}}{V_{\text{mère}}} = 50$. Le volume de solution mère à prélever est donc

$$V_{\text{mère}} = \frac{V_{\text{fil}}}{50} = \frac{250,0}{50} = 5,0 \text{ mL}.$$

On verse un peu de solution S dans un **bécher**, on y prélève 5,0 mL à la **pipette jaugée de 5,0 mL** (munie d'une propipette), on les introduit dans la **fiolle jaugée de 250,0 mL**, on complète avec de l'eau distillée jusqu'au trait de jauge et on homogénéise.

Ce que le correcteur attend : de la verrerie **jaugée** aux deux étapes. Une pipette graduée ou une éprouvette, beaucoup moins précises, ruineraient la précision du titrage ; le bécher ne sert qu'au transvasement.

Q12. L'équivalence d'un titrage est l'instant où l'espèce titrée et l'espèce titrante ont été introduites dans les **proportions stœchiométriques** de la réaction support. C'est le moment du changement de réactif limitant : avant l'équivalence le réactif titrant versé est limitant, après c'est le réactif titré qui a disparu.

Q13. Méthode de la courbe dérivée. La réaction support étant totale et rapide, le pH varie brutalement au voisinage de l'équivalence (saut de pH). Ici le titrant est un acide : le pH *diminue*, la dérivée $\frac{d(\text{pH})}{dV}$ est négative et passe par un **minimum** à l'équivalence.

Sur la figure 1, la courbe grise atteint son minimum ($\approx -3,3 \text{ mL}^{-1}$) pour

$$V_E \approx 14,3 \text{ mL}.$$

La courbe de pH confirme la lecture : entre 14,0 et 14,5 mL le pH chute de 6,8 à 3,6, et le point d'inflexion du saut se situe bien vers 14,3 mL. *Doute de lecture assumé* : toute valeur comprise entre 14,2 et 14,5 mL est acceptable ; la méthode des tangentes parallèles donnerait le même résultat.

Q14. Relation à l'équivalence (stœchiométrie 1 : 1) : $n(\text{H}_3\text{O}^+)_{\text{versé}} = n(\text{C}_2\text{H}_7\text{NO})_{\text{titrée}}$, soit $C_A V_E = C_{50} V_B$, d'où

$$C_{50} = \frac{C_A V_E}{V_B} = \frac{0,10 \times 14,3}{25,0} = 5,7 \times 10^{-2} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

(V_E et V_B dans la même unité, les mL se simplifient).

La solution S a été diluée 50 fois, donc $C_S = 50 C_{50} = 50 \times 5,72 \times 10^{-2} = 2,86 \approx 2,9 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$ (on garde la valeur non arrondie pour la suite du calcul).

Titre massique. Dans un litre de solution S, la masse d'éthanolamine vaut $m = C_S M = 2,86 \times 61,0 = 1,7 \times 10^2 \text{ g}$, et la masse de solution $m_{\text{sol}} = d \rho_{\text{eau}} \times 1,0 \times 10^3 \text{ mL} = 1,0 \times 10^3 \text{ g}$.

D'où

$$w = \frac{m}{m_{\text{sol}}} = \frac{C_S M}{d \rho_{\text{eau}}} = \frac{2,86 \times 61,0}{1,0 \times 10^3} = 0,17 = \boxed{17 \%}.$$

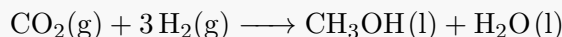
Ce que le correcteur attend : ne pas oublier le facteur 50 de la dilution (on titre S_{50} , la question porte sur S) et rapporter la masse d'éthanolamine à la masse de *solution*, pas à celle de solvant.

Q15. Le titre mesuré, 17 %, se situe entre les colonnes 15 % et 20 % du tableau : la solution s'est bien appauvrie par rapport aux 20 % de la formulation initiale, ce que le technicien redoutait.

- *Efficacité de captation* : intermédiaire entre « faible » (15 %) et « bonne » (20 %), donc un peu en retrait de l'optimum : le débit de CO_2 capté sera inférieur à celui d'une solution neuve.
- *Tolérance à la corrosion* : intermédiaire entre « très bonne » et « acceptable », donc bonne : les installations ne sont pas menacées, c'est même plus sûr qu'à 25 ou 30 %.

Conclusion : la solution reste utilisable pour capter le dioxyde de carbone, sans risque pour les équipements, mais avec un rendement de captation dégradé. Le technicien a intérêt à la **réajuster** en ajoutant de l'éthanolamine pour revenir vers 20 %, valeur qui réalise le meilleur compromis efficacité/corrosion, plutôt qu'à la remplacer. Compte tenu de l'incertitude de lecture sur V_E ($\pm 0,2$ mL, soit 1,4 % en valeur *relative*, donc $\pm 0,2$ point sur w), le titre est connu à moins d'un demi-point près : la conclusion ne change pas.

3. Production de méthanol Q16. Les réactifs sont CO_2 et H_2 , les produits CH_3OH et H_2O . L'ajustement (1 C ; 2 O ; 6 H de part et d'autre) donne :



Vérification de cohérence avec les données industrielles : $M(\text{CH}_3\text{OH}) = 32,0 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$, donc $2,00 \times 10^5 \text{ t}$ de méthanol correspondent à $n = \frac{2,00 \times 10^{11}}{32,0} = 6,25 \times 10^9 \text{ mol}$. Il faut trois fois plus de dihydrogène, soit $1,88 \times 10^{10} \text{ mol}$, c'est-à-dire $1,88 \times 10^{10} \times 2,0 = 3,75 \times 10^{10} \text{ g} = 37\,500 \text{ t}$: exactement la donnée de l'énoncé. Le coefficient 3 est bien le bon.

Q17. Énergie à fournir. La masse de dihydrogène vaut $m = 37\,500 \text{ t} = 3,75 \times 10^7 \text{ kg}$ et chaque kilogramme coûte $55 \text{ kW} \cdot \text{h}$:

$$E = 3,75 \times 10^7 \times 55 = 2,06 \times 10^9 \text{ kW} \cdot \text{h} = 2,06 \times 10^6 \text{ MW} \cdot \text{h}.$$

Durée. Les électrolyseurs fonctionnant à la puissance $P = 330 \text{ MW}$, la relation $E = P \Delta t$ donne

$$\Delta t = \frac{E}{P} = \frac{2,06 \times 10^6 \text{ MW} \cdot \text{h}}{330 \text{ MW}} = 6,25 \times 10^3 \text{ h}, \quad \text{soit} \quad \frac{6250}{24} = \boxed{2,6 \times 10^2 \text{ jours}}.$$

Ce que le correcteur attend : homogénéiser les unités ($\text{kW} \cdot \text{h}$ avec MW , ou tout en joules : $E = 7,4 \times 10^{15} \text{ J}$ et $P = 3,30 \times 10^8 \text{ W}$ donnent le même $\Delta t = 2,25 \times 10^7 \text{ s}$), et se souvenir que le kilowattheure est une énergie, pas une puissance.

Q18. La production visée est *annuelle* : il faut produire ces $37\,500 \text{ t}$ en au plus 365 jours. Or $\Delta t \approx 260 \text{ jours} < 365 \text{ jours}$: la puissance installée est **suffisante**. Il reste même une marge d'environ 105 jours par an (soit près de 30 % du temps) pour la maintenance, les arrêts de l'électrolyseur et les fluctuations de l'approvisionnement électrique.

Réserve : ce raisonnement suppose les électrolyseurs alimentés en continu à leur puissance nominale. Si l'électricité provient de sources intermittentes (éolien, solaire), le facteur de charge réel serait bien inférieur et la marge disparaîtrait : c'est précisément pourquoi le projet est adossé à une production électrique pilotable.

Exercice 2

Sujet — L'effet photoélectrique et ses applications — 6 points

1. Une approche historique de l'effet photoélectrique En 1902, le physicien allemand Lenard a travaillé sur l'effet photoélectrique en réalisant l'expérience suivante : deux électrodes métalliques, séparées d'une distance d , sont placées face à face dans un tube à vide. Une des deux électrodes est éclairée par des radiations lumineuses de fréquence et d'intensité réglables. Le physicien observe une intensité non nulle au-dessus d'une certaine fréquence appelée fréquence seuil.

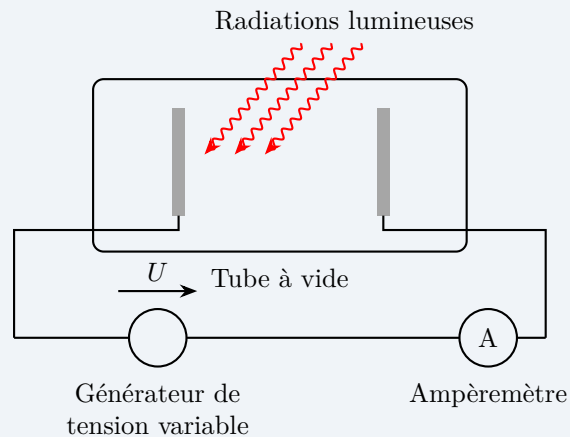


Figure 1. Schéma de l'expérience

Données :

- constante de Planck : $h = 6,63 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$;
- travail d'extraction du zinc : $W_{\text{ext}}(\text{Zn}) = 4,3 \text{ eV}$;
- masse d'un électron : $m_e = 9,11 \times 10^{-31} \text{ kg}$;
- $1 \text{ eV} = 1,60 \times 10^{-19} \text{ J}$;
- la vitesse de la lumière dans le vide c est supposée connue ;
- relation donnant l'énergie d'un photon : $E = h\nu = \frac{hc}{\lambda}$.

Q1. Décrire l'effet photoélectrique.

Q2. Calculer la fréquence seuil ν_s permettant une émission photoélectrique pour le zinc.

Q3. En déduire la longueur d'onde correspondante et préciser le domaine des ondes électromagnétiques auquel elle appartient.

On éclaire la plaque de zinc avec une radiation de longueur d'onde $\lambda = 250 \text{ nm}$.

Q4. Justifier que l'effet photoélectrique se produit.

Q5. Montrer, en réalisant un bilan d'énergie, que l'expression de la vitesse d'éjection v des électrons en fonction de la fréquence ν , ν_s , h et m_e , est égale à $v = \sqrt{\frac{2h(\nu - \nu_s)}{m_e}}$.

Q6. Calculer la valeur de cette vitesse.

Q7. Identifier le paramètre de la radiation qui a une influence sur la valeur de la vitesse. Préciser le sens dans lequel il faut le modifier pour augmenter la valeur de la vitesse.

2. Étude d'un panneau photovoltaïque Donnée : puissance lumineuse reçue $P_{\text{lum}} = E \times S$, avec E l'éclairement en $\text{W} \cdot \text{m}^{-2}$ et S la surface utile du convertisseur en m^2 .

Les cellules photovoltaïques installées sur le toit des habitations fonctionnent grâce à l'effet photoélectrique. Un particulier souhaite poser des panneaux sur sa toiture afin de diminuer sa facture d'électricité. Un installateur lui propose des panneaux rectangulaires de 1 346 mm de longueur et 1 112 mm de largeur.

Les graphiques de la figure 2 représentent, pour différents éclairements, l'évolution de l'intensité I et de la puissance électrique P fournies par le panneau en fonction de la tension U aux bornes du panneau.

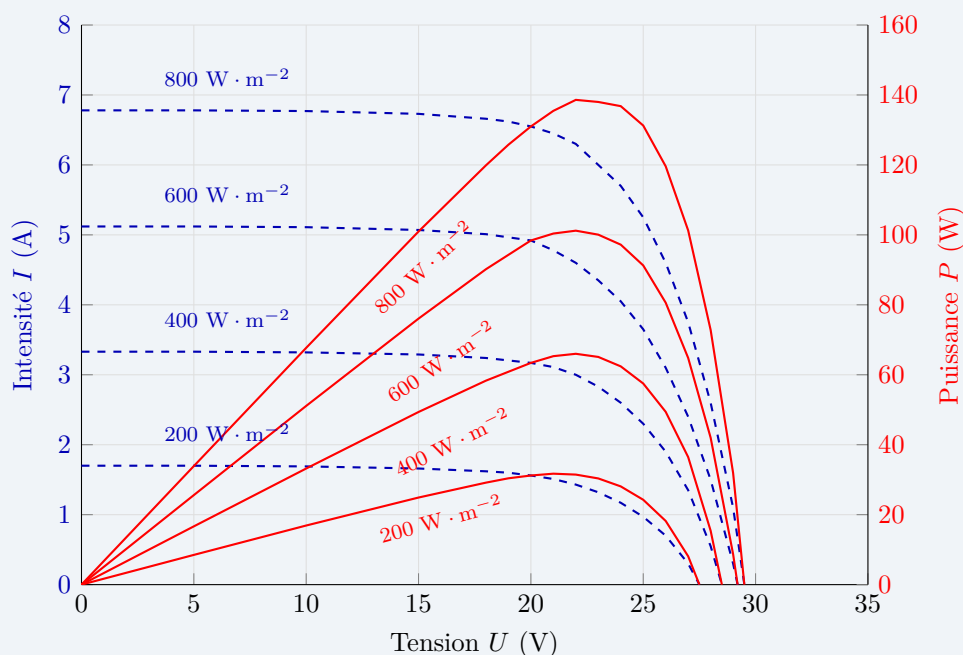


Figure 2. Caractéristiques du panneau photovoltaïque (en pointillés bleus $I = f(U)$, lue à gauche ; en trait plein rouge $P = f(U)$, lue à droite)

Q8. Calculer la valeur du rendement d'un panneau photovoltaïque dans les conditions optimales de fonctionnement, pour un éclairement moyen de $800 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}$.

La consommation annuelle de ce particulier est de $7\,500 \text{ kW} \cdot \text{h}$. Il souhaite que la moitié de cette consommation soit couverte par les panneaux photovoltaïques. Le rendement moyen annuel de chaque panneau est d'environ 10 %.

Q9. Déterminer le nombre de panneaux à installer, sachant que l'énergie surfacique moyenne reçue chaque jour est d'environ $4,1 \text{ kW} \cdot \text{h} \cdot \text{m}^{-2}$ dans la région. Commenter le résultat.

Le candidat est invité à prendre des initiatives et à présenter la démarche suivie, même si elle n'a pas abouti. La démarche est évaluée et nécessite d'être correctement présentée.

Corrigé

1. Approche historique **Q1.** L'effet photoélectrique est l'éjection d'électrons par un métal éclairé par un rayonnement électromagnétique. Les observations sont les suivantes :

- l'émission n'a lieu que si la fréquence ν du rayonnement dépasse une **fréquence seuil**

ν_s , caractéristique du métal ; en dessous de ce seuil, *aucun* électron n'est émis, quelle que soit l'intensité lumineuse et si longtemps qu'on éclaire ;

- au-dessus du seuil, l'émission est **immédiate**, et c'est le *nombre* d'électrons émis (donc l'intensité du courant mesurée par l'ampèremètre de la figure 1) qui croît avec l'intensité lumineuse, alors que l'*énergie cinétique* de chaque électron ne dépend que de la fréquence.

Ces faits sont inexplicables par le modèle ondulatoire de la lumière, pour lequel une onde faible mais prolongée devrait finir par arracher un électron. Einstein (1905) les interprète par le **modèle particulaire** : la lumière est constituée de **photons** d'énergie $E = h\nu$, et c'est un photon unique, absorbé en une fois par un électron, qui doit à lui seul fournir l'énergie d'extraction.

Q2. À la fréquence seuil, le photon a tout juste l'énergie nécessaire pour extraire l'électron, sans lui laisser d'énergie cinétique : $W_{\text{ext}} = h\nu_s$, d'où

$$\nu_s = \frac{W_{\text{ext}}}{h} = \frac{4,3 \times 1,60 \times 10^{-19}}{6,63 \times 10^{-34}} = \frac{6,88 \times 10^{-19} \text{ J}}{6,63 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}} = 1,0 \times 10^{15} \text{ Hz}.$$

Ce que le correcteur attend : la conversion préalable de 4,3 eV en joules. Oublier le facteur $1,60 \times 10^{-19}$ donne une fréquence absurde ($\approx 6 \times 10^{33}$ Hz).

Q3. Dans le vide, $\lambda_s = \frac{c}{\nu_s}$, avec $c = 3,00 \times 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$:

$$\lambda_s = \frac{3,00 \times 10^8}{1,038 \times 10^{15}} = 2,9 \times 10^{-7} \text{ m} = 2,9 \times 10^2 \text{ nm} \quad (289 \text{ nm}).$$

Cette longueur d'onde est inférieure à 400 nm, limite du domaine visible : elle appartient au domaine des **ultraviolets** (UV proches). Une lumière visible, si intense soit-elle, ne peut donc pas arracher d'électron au zinc.

Remarque de calcul : on utilise la valeur non arrondie $\nu_s = 1,038 \times 10^{15}$ Hz ; l'arrondi $1,0 \times 10^{15}$ donnerait 300 nm, ce qui ne change ni le domaine ni les conclusions.

Q4. Deux comparaisons équivalentes suffisent.

- *En longueur d'onde* : $\lambda = 250 \text{ nm} < \lambda_s = 289 \text{ nm}$. Comme $E = hc/\lambda$ décroît quand λ croît, une longueur d'onde plus *petite* correspond à un photon plus *énergétique*.

$$\begin{aligned} \text{— En énergie : } E_{\text{photon}} &= \frac{hc}{\lambda} = \frac{6,63 \times 10^{-34} \times 3,00 \times 10^8}{250 \times 10^{-9}} = 7,96 \times 10^{-19} \text{ J} = \\ &= \frac{7,96 \times 10^{-19}}{1,60 \times 10^{-19}} = 4,97 \text{ eV}. \end{aligned}$$

Or $4,97 \text{ eV} > W_{\text{ext}} = 4,3 \text{ eV}$: chaque photon transporte plus que le travail d'extraction du zinc. L'effet photoélectrique se produit bien, et il reste 0,67 eV d'énergie disponible sous forme cinétique.

Ce que le correcteur attend : le sens de l'inégalité. « λ plus petite » signifie « photon plus énergétique » : c'est le piège classique de cette question.

Q5. *Bilan d'énergie* (relation d'Einstein). Le photon est absorbé *en entier* par un électron du métal. Une part de son énergie, $W_{\text{ext}} = h\nu_s$, sert à extraire l'électron du métal ; le reste lui est transmis sous forme d'énergie cinétique :

$$\underbrace{h\nu}_{\text{énergie du photon}} = \underbrace{h\nu_s}_{\text{extraction}} + \underbrace{\frac{1}{2}m_e v^2}_{\text{énergie cinétique}}.$$

On isole l'énergie cinétique, puis la vitesse :

$$\frac{1}{2} m_e v^2 = h(\nu - \nu_s) \implies v^2 = \frac{2h(\nu - \nu_s)}{m_e} \implies v = \sqrt{\frac{2h(\nu - \nu_s)}{m_e}},$$

la racine positive étant seule retenue puisque v est une valeur de vitesse. L'expression n'a de sens que si $\nu > \nu_s$, ce qui redit l'existence du seuil.

Q6. On calcule d'abord la fréquence de la radiation :

$$\nu = \frac{c}{\lambda} = \frac{3,00 \times 10^8}{250 \times 10^{-9}} = 1,20 \times 10^{15} \text{ Hz},$$

d'où $\nu - \nu_s = 1,20 \times 10^{15} - 1,038 \times 10^{15} = 1,62 \times 10^{14} \text{ Hz}$, et

$$v = \sqrt{\frac{2 \times 6,63 \times 10^{-34} \times 1,62 \times 10^{14}}{9,11 \times 10^{-31}}} = \sqrt{2,36 \times 10^{11}} = 4,9 \times 10^5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}.$$

Ordre de grandeur : $v/c \approx 1,6 \times 10^{-3}$, la mécanique classique est légitime (pas de correction relativiste). On vérifie aussi que $\frac{1}{2}m_e v^2 = 1,07 \times 10^{-19} \text{ J} = 0,67 \text{ eV}$: c'est exactement l'excédent trouvé à la question Q4.

Ce que le correcteur attend : la différence $\nu - \nu_s$ calculée avec les valeurs *non arrondies*. Avec $\nu_s = 1,0 \times 10^{15}$ on trouverait $\nu - \nu_s = 2,0 \times 10^{14}$ et $v = 5,4 \times 10^5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, soit 10 % d'écart : une soustraction de deux nombres voisins amplifie les arrondis.

Q7. Dans l'expression $v = \sqrt{2h(\nu - \nu_s)/m_e}$, les grandeurs h , m_e et ν_s (propre au zinc) sont des constantes : le seul paramètre de la radiation qui intervient est sa **fréquence** ν (ou, ce qui revient au même, sa longueur d'onde $\lambda = c/\nu$). La fonction étant croissante en ν , il faut **augmenter la fréquence** — donc *diminuer* la longueur d'onde, aller vers des UV plus énergétiques — pour augmenter la vitesse d'éjection.

En revanche l'**intensité lumineuse n'a aucune influence sur la vitesse** : augmenter l'intensité, c'est envoyer davantage de photons, donc éjecter davantage d'électrons (le courant mesuré augmente), mais chacun garde la même énergie cinétique.

2. Panneau photovoltaïque Q8. *Surface du panneau.* $S = L \times \ell = 1,346 \times 1,112 = 1,497 \text{ m}^2 \approx 1,50 \text{ m}^2$ (les millimètres convertis en mètres).

Puissance lumineuse reçue. $P_{\text{lum}} = E \times S = 800 \times 1,497 = 1,20 \times 10^3 \text{ W}$.

Puissance électrique fournie dans les conditions optimales. Les « conditions optimales » correspondent au sommet de la courbe de puissance : sur la figure 2, la courbe rouge repérée $800 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}$ passe par un maximum

$$P_{\text{élec}} \approx 1,4 \times 10^2 \text{ W} \quad \text{pour} \quad U \approx 22 \text{ V},$$

ce que confirme la courbe d'intensité correspondante ($I \approx 6,3 \text{ A}$ à cette tension, et $22 \times 6,3 = 139 \text{ W}$).

Rendement.

$$\eta = \frac{P_{\text{élec}}}{P_{\text{lum}}} = \frac{140}{1,20 \times 10^3} = 0,117 \approx 12 \text{ \%}.$$

C'est l'ordre de grandeur habituel d'un panneau au silicium.

Ce que le correcteur attend : lire la puissance sur l'axe de droite (celui des watts) et non sur celui des ampères, et convertir les dimensions en mètres avant de calculer la surface.

Q9. Démarche. On calcule l'énergie électrique qu'un mètre carré de panneau produit en un an, on en déduit la surface nécessaire, puis le nombre de panneaux.

Énergie à couvrir. La moitié de la consommation annuelle :

$$E_{\text{utile}} = \frac{7\,500}{2} = 3\,750 \text{ kW} \cdot \text{h par an}.$$

Énergie reçue par mètre carré en un an. $E_{\text{reçue}} = 4,1 \times 365 = 1,50 \times 10^3 \text{ kW} \cdot \text{h} \cdot \text{m}^{-2}$.

Énergie électrique produite par mètre carré en un an, avec un rendement moyen annuel $\eta' = 10\%$:

$$E_{\text{prod}} = \eta' \times E_{\text{reque}} = 0,10 \times 1\,496,5 = 1,50 \times 10^2 \text{ kW} \cdot \text{h} \cdot \text{m}^{-2}.$$

Surface nécessaire.

$$S_{\text{tot}} = \frac{E_{\text{utile}}}{E_{\text{prod}}} = \frac{3\,750}{149,65} = 25,1 \text{ m}^2.$$

Nombre de panneaux.

$$N = \frac{S_{\text{tot}}}{S} = \frac{25,1}{1,497} = 16,7 \quad \Rightarrow \quad \boxed{N = 17 \text{ panneaux}}$$

(on arrondit à l'entier *supérieur* : avec 16 panneaux l'objectif ne serait pas atteint).

Commentaire. Dix-sept panneaux représentent environ 25 m^2 de toiture, soit un pan de toit d'une maison individuelle : c'est réalisable, mais ce n'est pas une petite installation. En puissance crête (mesurée sous $1\,000 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}$), chaque panneau vaut environ $140 \times \frac{1000}{800} = 1,8 \times 10^2 \text{ W}$, soit $17 \times 0,18 \approx 3 \text{ kW}_c$ pour l'installation : c'est exactement le format le plus répandu chez les particuliers, ce qui rend le résultat crédible.

On remarquera aussi que le rendement moyen annuel retenu (10 %) est inférieur au rendement optimal calculé à la question Q8 (12 %) : en conditions réelles le panneau est chaud, mal orienté une partie de la journée, parfois ombragé, et ne travaille pas toujours à son point de puissance maximale. Enfin, la production n'est pas simultanée de la consommation : couvrir la moitié de la consommation annuelle en énergie ne signifie pas être autonome la moitié du temps.

Exercice 3

Sujet — La Wemba-mania — 5 points

Victor Wembanyama, célèbre joueur français de basket, évoluait au Metropolitans 92 lors du championnat 2022-2023 lorsqu'il a effectué ce lancer franc au cours d'un match contre Monaco (voir figure 1).

Au basket, les joueurs doivent marquer un panier en se tenant derrière la ligne de lancer franc située à 4,2 m du centre du panier.

On étudie dans cet exercice cette phase de jeu. L'analyse sera menée dans le référentiel terrestre supposé galiléen. On s'intéresse à la trajectoire du centre d'inertie G du ballon. On considère que le ballon, de masse m , est uniquement soumis à son poids.

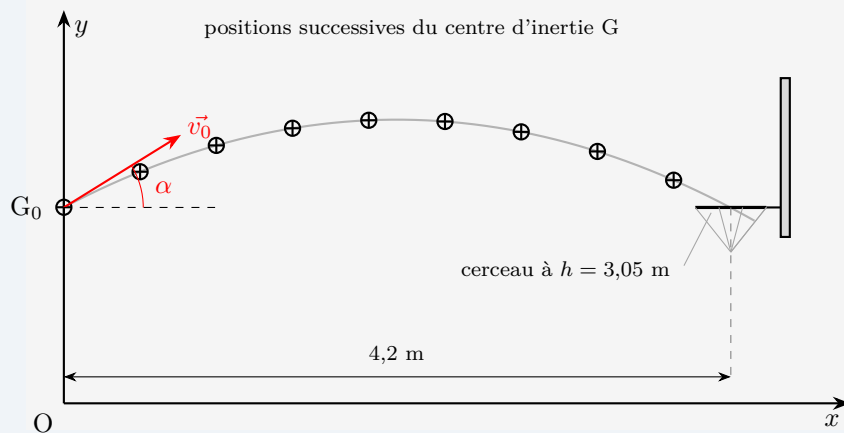


Figure 1. Chronophotographie du lancer franc (schéma ; sur le sujet, il s'agit d'une photographie du match sur laquelle sont reportées les positions de G)

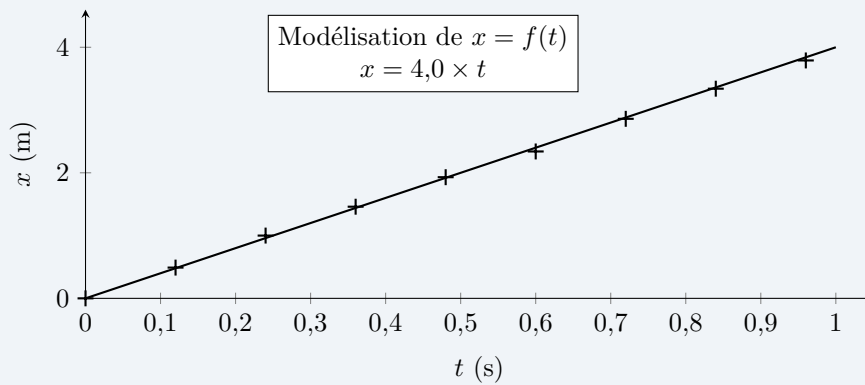
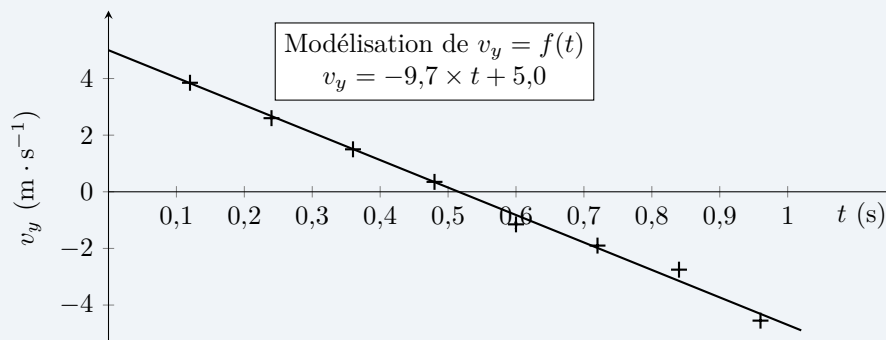
Données :

- intensité de la pesanteur : $g = 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$;
- diamètre du ballon : $d = 25 \text{ cm}$;
- diamètre du panier : $D = 0,45 \text{ m}$;
- distance au sol du cerceau métallique du panier : $h = 3,05 \text{ m}$.

La trajectoire du centre du ballon est étudiée dans le plan vertical perpendiculaire au sol passant par la main du basketteur au moment où il lâche le ballon et par le centre du panier. On utilise le repère (xOy) indiqué sur la figure 1.

Le ballon quitte la main du joueur à la date $t = 0 \text{ s}$, au point G_0 de coordonnées $x_0 = 0 \text{ m}$ et $y_0 = h = 3,05 \text{ m}$.

À partir de la vidéo du lancer franc, le pointage des positions du centre d'inertie G du ballon permet d'obtenir la chronophotographie de la figure 1. Les données sont traitées par un logiciel pour obtenir les courbes des figures 2 et 3.

Figure 2. Évolution de la coordonnée x du ballon en fonction du temps t Figure 3. Évolution de la coordonnée v_y de la vitesse du ballon en fonction du temps t

- Q1.** Donner, en justifiant, la nature du mouvement du ballon selon l'axe Ox.
Q2. Déterminer, à l'aide de la figure 2, la valeur de la coordonnée v_x du vecteur vitesse $\vec{v}$.
Q3. Déterminer, à l'aide de la figure 3, la valeur de la coordonnée v_{y0} du vecteur vitesse initiale $\vec{v}_0$.
Q4. En déduire la valeur de la vitesse initiale v_0 et de l'angle α que fait le vecteur vitesse initiale avec l'horizontale, défini sur la figure 1.
Q5. Exprimer les coordonnées $a_x(t)$ et $a_y(t)$ du vecteur accélération $\vec{a}$ du point G du ballon en utilisant la loi de Newton.
Q6. Montrer que les équations temporelles des coordonnées de la position du ballon s'expriment selon :

$$x(t) = 4,0 \times t \quad \text{et} \quad y(t) = -4,9 \times t^2 + 5,0 \times t + 3,05$$

- Q7.** Montrer que la trajectoire du ballon peut être modélisée par : $y = -0,31x^2 + 1,3x + 3,05$.
Q8. Déterminer si le lancer franc est réussi sans toucher le cercle métallique du panier. La réponse doit s'appuyer sur des calculs.

Le candidat est invité à prendre des initiatives et à présenter la démarche suivie, même si elle n'a pas abouti. La démarche est évaluée et doit être correctement présentée.

Corrigé

Q1. Sur la figure 2, les points expérimentaux sont alignés sur une droite passant par l'origine : $x(t)$ est une fonction **linéaire** du temps, $x(t) = 4,0t$. Or la coordonnée de la vitesse s'obtient en dérivant la position : $v_x = \frac{dx}{dt} = 4,0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} = \text{constante}$.

La valeur de la vitesse selon Ox est donc constante : le mouvement du ballon selon l'axe Ox est **rectiligne uniforme**. C'est cohérent avec le fait qu'aucune force horizontale ne s'exerce sur le ballon (seul le poids, vertical, agit) : la chronophotographie de la figure 1 le montre d'ailleurs

directement, les positions successives étant régulièrement espacées horizontalement.

Q2. Le coefficient directeur de la droite de modélisation est la valeur cherchée : $x(t) = 4,0 \times t$ avec x en mètres et t en secondes, donc

$$v_x = \frac{dx}{dt} = 4,0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}.$$

Vérification par deux points de la droite : entre l'origine (0 s ; 0 m) et le point (0,96 s ; 3,84 m),
 $v_x = \frac{3,84 - 0}{0,96 - 0} = 4,0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}.$

Q3. La coordonnée initiale est la valeur de v_y à la date $t = 0$ s, c'est-à-dire l'ordonnée à l'origine de la droite de la figure 3 :

$$v_{y0} = v_y(0) = -9,7 \times 0 + 5,0 = 5,0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}.$$

Elle est positive : le ballon part vers le haut, comme attendu. On note au passage que le coefficient directeur de cette droite, $-9,7 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$, est la coordonnée a_y de l'accélération : elle est bien voisine de $-g = -9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ (écart de 1 %, imputable à la précision du pointage et aux frottements de l'air négligés).

Q4. Le vecteur vitesse initiale a pour coordonnées $\vec{v}_0$ ($v_{x0} = v_x = 4,0$; $v_{y0} = 5,0$) en $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$. Sa valeur est la norme de ce vecteur :

$$v_0 = \sqrt{v_{x0}^2 + v_{y0}^2} = \sqrt{4,0^2 + 5,0^2} = \sqrt{41} = 6,4 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}.$$

L'angle α avec l'horizontale se lit dans le triangle rectangle formé par les deux coordonnées :

$$\tan \alpha = \frac{v_{y0}}{v_{x0}} = \frac{5,0}{4,0} = 1,25 \quad \Rightarrow \quad \alpha = \arctan(1,25) = 51^\circ.$$

(On peut aussi écrire $\sin \alpha = v_{y0}/v_0 = 5,0/6,4$, qui donne la même valeur.)

Ce que le correcteur attend : la calculatrice en **degrés**, et non en radians (0,90 rad). L'ordre de grandeur est rassurant : un lancer franc se tire avec une trajectoire haute, de l'ordre de 50° .

Q5. Système : le ballon de masse m , assimilé à son centre d'inertie G. *Référentiel :* terrestre, supposé galiléen. *Repère :* (O, x, y) de la figure 1, l'axe Oy étant vertical ascendant.

Bilan des forces : l'énoncé précise que le ballon n'est soumis qu'à son poids $\vec{P} = m \vec{g}$ (chute libre : on néglige la poussée d'Archimède et les frottements de l'air).

Deuxième loi de Newton : dans un référentiel galiléen, $\sum \vec{F}_{\text{ext}} = m \vec{a}_G$, soit

$$m \vec{g} = m \vec{a} \quad \Rightarrow \quad \vec{a} = \vec{g}.$$

L'accélération est donc indépendante de la masse du ballon. En projetant sur les axes, avec $\vec{g}(0 ; -g)$:

$$\vec{a} \begin{cases} a_x(t) = 0 \\ a_y(t) = -g = -9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2} \end{cases}$$

Q6. On intègre deux fois, en déterminant à chaque étape les constantes par les conditions initiales.

Vitesse. Comme $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$, les primitives donnent $v_x(t) = C_1$ et $v_y(t) = -gt + C_2$. À $t = 0$, $\vec{v}(0) = \vec{v}_0$, donc $C_1 = v_{x0}$ et $C_2 = v_{y0}$:

$$\vec{v} \begin{cases} v_x(t) = v_{x0} \\ v_y(t) = -gt + v_{y0} \end{cases}$$

Ce résultat est confirmé par la figure 3 : v_y est bien une fonction affine décroissante du temps.

Position. Comme $\vec{v} = \frac{d\vec{OG}}{dt}$, une nouvelle intégration donne $x(t) = v_{x0}t + C_3$ et $y(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + v_{y0}t + C_4$. À $t = 0$ le ballon est en $G_0(x_0 = 0 ; y_0 = h)$, donc $C_3 = 0$ et $C_4 = h$:

$$\vec{OG} \begin{cases} x(t) = v_{x0}t \\ y(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + v_{y0}t + h \end{cases}$$

Application numérique avec $v_{x0} = 4,0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, $v_{y0} = 5,0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, $g = 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ et $h = 3,05 \text{ m}$:

$$x(t) = 4,0t \quad \text{et} \quad y(t) = -\frac{9,81}{2}t^2 + 5,0t + 3,05 = -4,9t^2 + 5,0t + 3,05,$$

avec x et y en mètres et t en secondes : ce sont bien les équations annoncées.

Q7. On élimine le temps entre les deux équations horaires. De $x = 4,0t$ on tire $t = \frac{x}{4,0}$, que l'on reporte dans $y(t)$:

$$y = -4,9 \left(\frac{x}{4,0} \right)^2 + 5,0 \times \frac{x}{4,0} + 3,05 = -\frac{4,9}{16}x^2 + 1,25x + 3,05,$$

soit, en arrondissant les coefficients à deux chiffres significatifs comme les données :

$$y = -0,31x^2 + 1,3x + 3,05.$$

La trajectoire est une portion de **parabole** d'axe vertical, tournée vers le bas (coefficient de x^2 négatif), conformément à l'allure de la figure 1.

Q8. *Condition géométrique de réussite.* Le ballon (diamètre $d = 25 \text{ cm}$) doit franchir le cerceau (diamètre $D = 0,45 \text{ m}$) sans le toucher. Vu de dessus, le centre du ballon doit donc passer à moins de

$$\frac{D - d}{2} = \frac{0,45 - 0,25}{2} = 0,10 \text{ m} = 10 \text{ cm}$$

du centre du panier, au moment où il traverse le plan du cerceau (altitude $h = 3,05 \text{ m}$). Le centre du panier est à l'abscisse $x_P = 4,2 \text{ m}$, puisque le joueur lâche le ballon à l'aplomb de la ligne de lancer franc.

Premier calcul : altitude du ballon au-dessus du centre du panier. Avec l'équation de la trajectoire établie en Q7,

$$y(4,2) = -0,31 \times 4,2^2 + 1,3 \times 4,2 + 3,05 = -5,47 + 5,46 + 3,05 = 3,04 \text{ m}.$$

Le centre du ballon passe donc à $3,04 \text{ m}$, c'est-à-dire au niveau même du cerceau ($3,05 \text{ m}$) : le ballon franchit bien le plan du panier au bon endroit.

Second calcul : abscisse du passage au niveau du cerceau. On résout $y = 3,05$:

$$-0,31x^2 + 1,3x + 3,05 = 3,05 \iff x(-0,31x + 1,3) = 0,$$

d'où $x = 0$ (le départ, écarté) et

$$x = \frac{1,3}{0,31} = 4,19 \text{ m}.$$

L'écart au centre du panier vaut $|4,2 - 4,19| = 0,01 \text{ m} = 1 \text{ cm}$, très inférieur aux 10 cm de marge disponible.

Vérification du sens du passage. À cette abscisse, $t = x/4,0 = 1,05 \text{ s}$ et, avec l'équation horaire de Q6, $v_y = -gt + v_{y0} = -9,81 \times 1,05 + 5,0 = -5,3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} < 0$: le ballon est en phase descendante, il entre donc dans le panier par le haut, comme il se doit. Le sommet de la

trajectoire a été atteint plus tôt, pour $v_y = 0$ soit $t = 5,0/9,81 = 0,51$ s, à l'altitude $y = 4,3$ m, largement au-dessus du cerceau.

Conclusion : le lancer franc est **réussi**, et le centre du ballon passant à 1 cm du centre du panier alors qu'il dispose de 10 cm de part et d'autre, le ballon ne touche pas le cercle métallique.

Ce que le correcteur attend : la marge $(D - d)/2$ écrite explicitement. Répondre « $y(4,2) = 3,04$ m $\approx 3,05$ m, c'est réussi » sans comparer l'écart horizontal au rayon disponible ne démontre rien.

Doute assumé sur la précision. Les coefficients de la trajectoire ne sont connus qu'à deux chiffres significatifs, et l'arrondi n'est pas anodin ici. Si l'on conserve les valeurs non arrondies, $y = -\frac{4,9}{16}x^2 + 1,25x + 3,05$ (soit $-0,30625$ et $1,25$), alors la racine devient $x = 1,25/0,30625 = 4,08$ m, c'est-à-dire 12 cm avant le centre du panier — donc *au-delà* de la marge de 10 cm — et l'altitude au-dessus du centre tombe à $y(4,2) = 2,90$ m, soit 15 cm sous le cerceau au lieu de 1 cm. Arrondir 1,25 en 1,3 (+4 %) déplace à lui seul la racine de 11 cm, c'est-à-dire de *toute* la marge disponible : la question demande une comparaison plus fine que ce que ses propres chiffres significatifs autorisent.

Il faut donc répondre avec l'équation que le sujet *impose* en Q7, $y = -0,31x^2 + 1,3x + 3,05$: c'est elle qui donne la conclusion attendue, « panier réussi ». Ce que les données établissent avec certitude, c'est que le centre du ballon franchit le plan du cerceau à une dizaine de centimètres au plus de son centre ; qu'il passe à 1 ou à 12 cm, le calcul ne permet pas de le dire.