

Physique-chimie

Baccalauréat général 2026 — épreuve de spécialité

Asie, session 2026 (26-PYCJ2JA1)

Corrigé

Trois exercices

Exercice 1

Sujet — Jeu d'évasion — 11 points

Le jeu d'évasion, plus connu sous le nom *Escape Game*, est un type de jeu de rôle grandeur nature scénarisé. Les joueurs évoluent généralement dans un lieu clos et thématisé en résolvant des énigmes dans un temps imparti pour accomplir la mission.

Le but de cet exercice est d'analyser trois situations pouvant être rencontrées dans un jeu d'évasion.

Partie 1 — Cible à atteindre Une mission récurrente consiste à déverrouiller la porte de sortie d'une salle. Dans cette partie, l'ouverture de la porte se réalise lorsqu'un projectile lancé par la réplique miniature d'un canon pénètre une serrure et en débloque le mécanisme. Pour cela, les joueurs doivent régler la hauteur H_T d'une table sur laquelle est posé le canon (figure 1). Cette hauteur peut varier entre 40 et 80 cm.

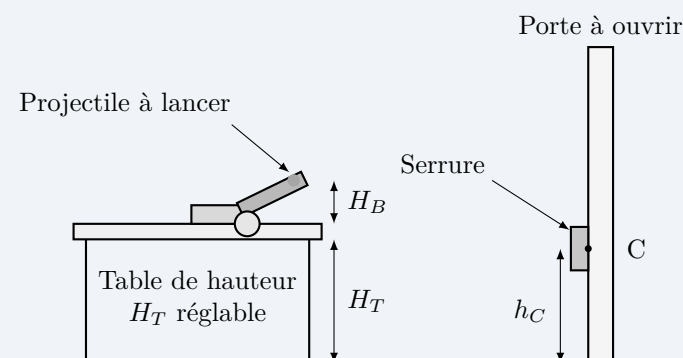


Figure 1 : dessin d'ensemble (échelle non respectée)

On étudie le mouvement du centre de masse M du projectile de masse m dans le référentiel de la pièce supposé galiléen. On considère que lorsque le boulet est sorti du canon, il n'est soumis qu'à son poids (figure 2).

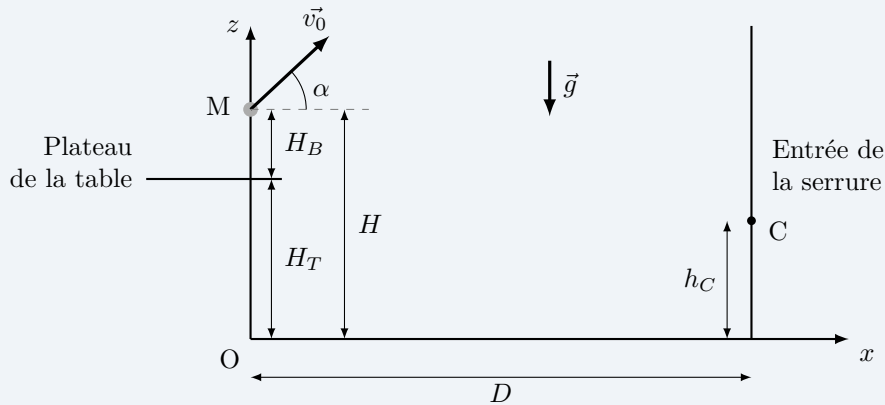


Figure 2 : schéma détaillé de la situation

Données :

- intensité de la pesanteur : $g = 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$;
- masse du projectile : $m = 100 \text{ g}$;
- angle d'inclinaison fixe du canon par rapport à l'horizontale : $\alpha = 43,0^\circ$;
- valeur de la vitesse initiale du projectile : $v_0 = 5,60 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$;
- distance entre la table et la serrure : $D = 3,00 \text{ m}$;
- hauteur entre la sortie du canon et le dessus de la table : $H_B = 30,0 \text{ cm}$;
- hauteur entre le sol et l'entrée de la serrure : $h_C = 1,00 \text{ m}$;
- hauteur de la table : H_T ;
- hauteur entre la sortie du canon et le sol : $H = H_T + H_B$.

Q1. Exprimer les coordonnées du vecteur accélération du centre de masse M du projectile en appliquant la deuxième loi de Newton.

Q2. Montrer que les équations horaires de son mouvement sont :

$$\overrightarrow{OM}(t) \begin{cases} x(t) = v_0 \cdot \cos(\alpha) \cdot t \\ z(t) = -\frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 + v_0 \cdot \sin(\alpha) \cdot t + H \end{cases}$$

Q3. En déduire que l'équation de la trajectoire du centre de masse M peut s'écrire :

$$z(x) = -\frac{g}{2 \cdot v_0^2 \cdot \cos^2(\alpha)} \cdot x^2 + \tan(\alpha) \cdot x + H$$

La serrure se débloquent si le centre de masse M du projectile passe par le centre C de l'entrée de la serrure.

Q4. Déterminer et calculer la valeur de la hauteur H_T de la table à régler pour débloquent la serrure.

Pour répondre à cette question, le candidat est invité à prendre des initiatives et à présenter la démarche suivie, même si elle n'a pas abouti. La démarche est évaluée et nécessite d'être correctement présentée.

Partie 2 — Résistance à régler Pour obtenir un indice nécessaire à la poursuite du jeu, les joueurs doivent ouvrir un coffre-fort. Ce dernier ne s'ouvre que si l'aiguille d'une horloge initialement mise à 0 s'arrête sur la graduation 14 s du cadran.

La durée de rotation de l'aiguille est commandée par un circuit électrique dont le schéma est donné sur la figure 3 ci-après. L'objectif pour les participants est de déterminer la valeur R du conducteur ohmique pour que l'aiguille se déplace pendant exactement 14 s. Ils choisissent R grâce à une résistance variable. Tout échec réinitialise l'horloge à la position 0.

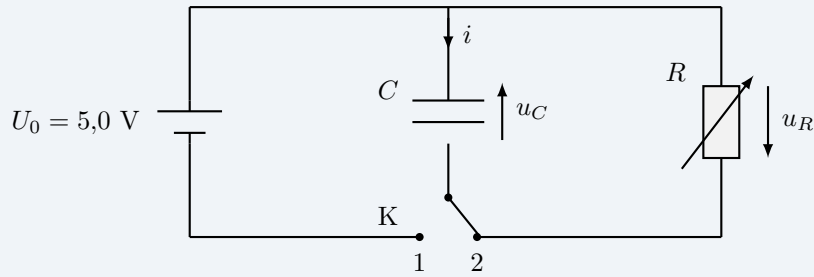


Figure 3 : schéma du circuit électrique

Le condensateur est initialement chargé : sa tension vaut $U_0 = 5,0 \text{ V}$. À $t = 0 \text{ s}$, on bascule l'interrupteur K de la position 1 à la position 2 : le condensateur de capacité $C = 47 \mu\text{F}$ se décharge au travers d'un conducteur ohmique de résistance R de valeur ajustable. La rotation de l'aiguille débute lorsque $u_C = 4,0 \text{ V}$ et s'arrête lorsque $u_C = 1,0 \text{ V}$.

Q5. Montrer que l'équation différentielle modélisant l'évolution de la tension u_C aux bornes du condensateur lors de sa décharge s'écrit :

$$\frac{du_C}{dt} + \frac{1}{\tau} u_C = 0$$

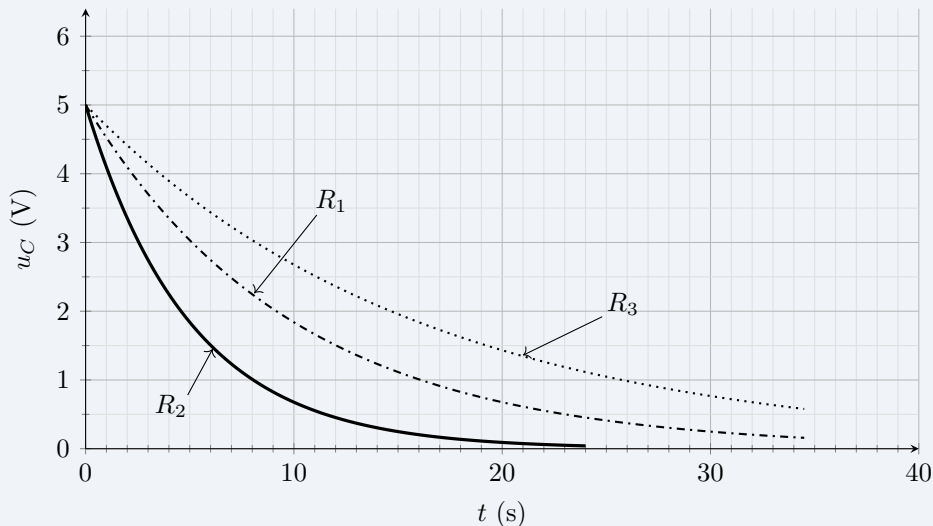
où τ est une constante de temps dont on donnera l'expression en fonction de R et de C .

Q6. Vérifier que cette équation différentielle admet une solution de la forme :

$$u_C(t) = A \cdot \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)$$

où A est une constante dont on donnera l'expression en fonction des paramètres du circuit électrique.

La figure 4 représente des courbes de décharge obtenues expérimentalement pour différentes valeurs de R .

Figure 4 : courbes de décharge du condensateur de capacité $C = 47 \mu\text{F}$

Q7. Déterminer laquelle des trois courbes de décharge (annotées R_1 , R_2 , R_3) correspond à la durée correcte de commande de rotation de l'aiguille pour ouvrir le coffre. *La démarche sera présentée sur la figure de l'annexe à rendre avec la copie.*

Q8. Dédurre de la courbe choisie la valeur correspondante de la constante de temps de décharge τ . *La démarche sera présentée sur la figure de l'annexe à rendre avec la copie.*

Q9. Calculer la valeur de la résistance R du conducteur ohmique que les joueurs doivent choisir pour ouvrir le coffre.

L'annexe à rendre avec la copie reproduit, à plus grande échelle et sur les mêmes axes, les trois courbes de décharge de la figure 4.

Partie 3 — Cellules à éclairer Cinq cellules photosensibles se trouvent dans le fond d'une boîte noire dans laquelle un laser rouge se propage. Le rayon lumineux y pénètre en traversant deux petites fentes d'écartement b réglable une fois que l'obturateur coulissant est retiré (figure 5). Une alternance de zones sombres et lumineuses apparaît sur le fond de la boîte (figure 6). Une clé sera délivrée lorsque le centre de chaque cellule photosensible recevra la lumière du laser.

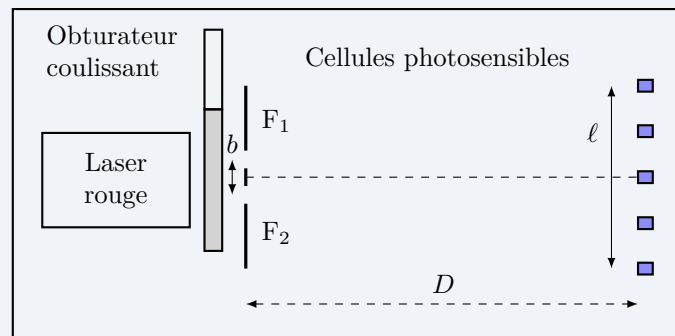


Figure 5 : schéma du dispositif

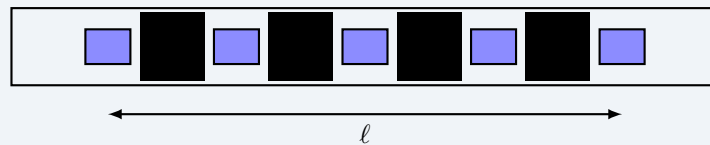


Figure 6 : schéma du fond de la boîte. Sur les figures 5 et 6, l'échelle n'est pas respectée.

Données :

- valeur de la longueur d'onde du laser : $\lambda = 650 \text{ nm}$;
- distance entre les fentes et les cellules photosensibles : $D = 30 \text{ cm}$;
- distance entre le centre de la première cellule et celui de la cinquième : $\ell = 2,0 \text{ cm}$;
- expression de l'interfrange : $i = \frac{\lambda \cdot D}{b}$.

Q10. Nommer le phénomène physique responsable de l'existence de l'alternance des zones sombres et lumineuses sur le fond de la boîte.

Q11. Définir une interfrange i .

Q12. Déterminer la valeur de l'écartement b des fentes à régler pour délivrer la clé.

Pour répondre à cette question, le candidat est invité à prendre des initiatives et à présenter la démarche suivie, même si elle n'a pas abouti. La démarche est évaluée et nécessite d'être correctement présentée.

Corrigé

Partie 1 — Cible à atteindre **Q1.** *Système* : le projectile, de masse $m = 100 \text{ g} = 0,100 \text{ kg}$, assimilé à son centre de masse M. *Référentiel* : celui de la pièce, supposé galiléen. *Repère* : (O, x, z) de la figure 2, l'axe Oz étant vertical ascendant. *Bilan des forces* : après la sortie du canon, le projectile n'est soumis qu'à son poids $\vec{P} = m \vec{g}$ (chute libre : frottements de l'air et

poussée d'Archimède négligés).

La deuxième loi de Newton s'écrit $\sum \vec{F}_{\text{ext}} = m \vec{a}$, soit $m \vec{g} = m \vec{a}$, d'où, après simplification par $m \neq 0$:

$$\vec{a} = \vec{g}.$$

L'accélération ne dépend donc pas de la masse. En projetant sur les deux axes, avec $\vec{g}(0; -g)$:

$$\vec{a} \begin{cases} a_x = 0 \\ a_z = -g = -9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2} \end{cases}$$

Q2. Le vecteur vitesse est une primitive du vecteur accélération, $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$:

$$\vec{v} \begin{cases} v_x(t) = C_1 \\ v_z(t) = -g t + C_2 \end{cases}$$

Les constantes se déterminent à $t = 0$, où le vecteur vitesse initiale fait l'angle α avec l'horizontale : $v_{0x} = v_0 \cos(\alpha)$ et $v_{0z} = v_0 \sin(\alpha)$. Donc $C_1 = v_0 \cos(\alpha)$ et $C_2 = v_0 \sin(\alpha)$:

$$\vec{v} \begin{cases} v_x(t) = v_0 \cos(\alpha) \\ v_z(t) = -g t + v_0 \sin(\alpha) \end{cases}$$

Le vecteur position est à son tour une primitive du vecteur vitesse, $\vec{v} = \frac{d\vec{OM}}{dt}$:

$$\vec{OM}(t) \begin{cases} x(t) = v_0 \cos(\alpha) t + C_3 \\ z(t) = -\frac{1}{2} g t^2 + v_0 \sin(\alpha) t + C_4 \end{cases}$$

À $t = 0$, M se trouve à la sortie du canon, sur l'axe Oz et à la hauteur H au-dessus du sol : $x(0) = 0$ et $z(0) = H$, donc $C_3 = 0$ et $C_4 = H$. On obtient bien

$$\vec{OM}(t) \begin{cases} x(t) = v_0 \cos(\alpha) t \\ z(t) = -\frac{1}{2} g t^2 + v_0 \sin(\alpha) t + H \end{cases}$$

Le mouvement est donc uniforme selon Ox et uniformément accéléré selon Oz (indépendance des mouvements).

Q3. On élimine le temps entre les deux équations horaires. Comme $\cos(\alpha) \neq 0$, la première donne

$$t = \frac{x}{v_0 \cos(\alpha)}.$$

En reportant dans $z(t)$:

$$z(x) = -\frac{1}{2} g \left(\frac{x}{v_0 \cos(\alpha)} \right)^2 + v_0 \sin(\alpha) \frac{x}{v_0 \cos(\alpha)} + H,$$

soit, puisque $\frac{\sin(\alpha)}{\cos(\alpha)} = \tan(\alpha)$:

$$z(x) = -\frac{g}{2 v_0^2 \cos^2(\alpha)} x^2 + \tan(\alpha) x + H.$$

La trajectoire est une portion de parabole d'axe vertical, tournée vers le bas.

Q4. Démarche. La serrure se débloque si M passe par le point C, dont les coordonnées sont $x_C = D$ et $z_C = h_C$. On écrit donc $z(D) = h_C$, puis on isole H , et enfin $H_T = H - H_B$.

$$-\frac{g}{2v_0^2 \cos^2(\alpha)} D^2 + \tan(\alpha) D + H = h_C$$

$$H = h_C + \frac{g D^2}{2v_0^2 \cos^2(\alpha)} - D \tan(\alpha)$$

$$H_T = h_C + \frac{g D^2}{2v_0^2 \cos^2(\alpha)} - D \tan(\alpha) - H_B$$

Application numérique, toutes les longueurs en mètres ($H_B = 30,0 \text{ cm} = 0,300 \text{ m}$) et la calculatrice en degrés :

$$\frac{g D^2}{2v_0^2 \cos^2(\alpha)} = \frac{9,81 \times (3,00)^2}{2 \times (5,60)^2 \times \cos^2(43,0^\circ)} = \frac{88,3}{33,5} = 2,632 \text{ m},$$

$$D \tan(\alpha) = 3,00 \times \tan(43,0^\circ) = 3,00 \times 0,9325 = 2,798 \text{ m},$$

$$H_T = 1,00 + 2,632 - 2,798 - 0,300 = 0,534 \text{ m} \approx 53,4 \text{ cm}.$$

Vérification et conclusion : cette valeur appartient bien à l'intervalle de réglage $[40 \text{ cm} ; 80 \text{ cm}]$: les joueurs peuvent régler la table à environ 53 cm et débloquent la serrure. On peut contrôler l'ordre de grandeur : avec $H = H_T + H_B = 0,834 \text{ m}$, le projectile part à 83 cm du sol, monte (il est lancé vers le haut) puis redescend et atteint C à 1,00 m de hauteur après 3,00 m de vol horizontal, ce qui est cohérent avec un temps de vol $t = D/(v_0 \cos \alpha) = 3,00/4,10 = 0,73 \text{ s}$.

Ce que le correcteur attend : la calculatrice en **degrés** (en radians, $\cos^2(43,0)$ donnerait un résultat absurde); H_B converti en mètres; et surtout la distinction entre H (hauteur de la sortie du canon) et H_T (hauteur de la table) : répondre 0,834 m revient à oublier de retrancher H_B .

Partie 2 — Résistance à régler Q5. Après le basculement de K en position 2, le condensateur et le conducteur ohmique forment une maille unique. Avec les orientations de la figure 3 (u_C orientée vers le haut, u_R vers le bas, i vers le bas dans la branche du condensateur), la loi des mailles s'écrit

$$u_C + u_R = 0.$$

La loi d'Ohm appliquée au conducteur ohmique, parcouru par le courant d'intensité i , donne $u_R = R i$. Par ailleurs, la charge de l'armature supérieure du condensateur vérifie $q = C u_C$, et par définition de l'intensité $i = \frac{dq}{dt}$; comme C est constante,

$$i = C \frac{du_C}{dt}.$$

En reportant les deux relations dans la loi des mailles :

$$u_C + R C \frac{du_C}{dt} = 0,$$

et en divisant par $R C$ (non nul) :

$$\frac{du_C}{dt} + \frac{1}{R C} u_C = 0.$$

Par identification avec $\frac{du_C}{dt} + \frac{1}{\tau} u_C = 0$, la constante de temps vaut

$$\tau = R C$$

Elle est homogène à un temps : $\Omega \times F = \frac{V}{A} \times \frac{C}{V} = \frac{C}{A} = s$.

Q6. On reporte la fonction proposée dans l'équation différentielle. Sa dérivée vaut

$$\frac{du_C}{dt} = -\frac{A}{\tau} \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right),$$

donc

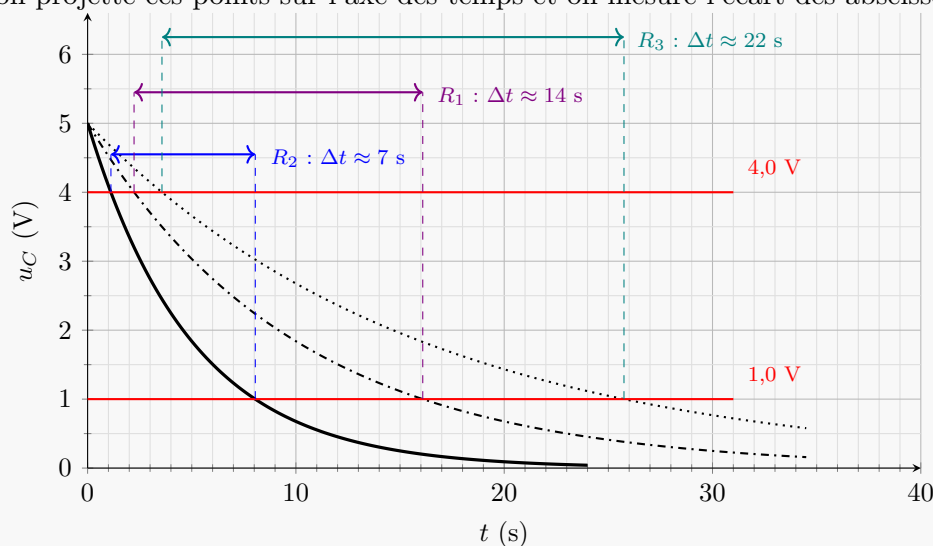
$$\frac{du_C}{dt} + \frac{1}{\tau} u_C = -\frac{A}{\tau} \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) + \frac{A}{\tau} \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) = 0$$

quel que soit t : la fonction proposée est bien solution de l'équation différentielle.

La constante A est fixée par la condition initiale. À $t = 0$, le condensateur est chargé sous U_0 , donc $u_C(0) = U_0$; or $u_C(0) = A \exp(0) = A$. Ainsi

$$\boxed{A = U_0 = 5,0 \text{ V}} \quad \text{et} \quad u_C(t) = U_0 \exp\left(-\frac{t}{RC}\right).$$

Q7. *Démarche (à tracer sur l'annexe).* L'aiguille tourne entre l'instant où $u_C = 4,0 \text{ V}$ et celui où $u_C = 1,0 \text{ V}$; il faut que cette durée Δt vaille 14 s. On trace donc les deux droites horizontales $u_C = 4,0 \text{ V}$ et $u_C = 1,0 \text{ V}$, on repère leurs intersections avec chacune des trois courbes, on projette ces points sur l'axe des temps et on mesure l'écart des abscisses.



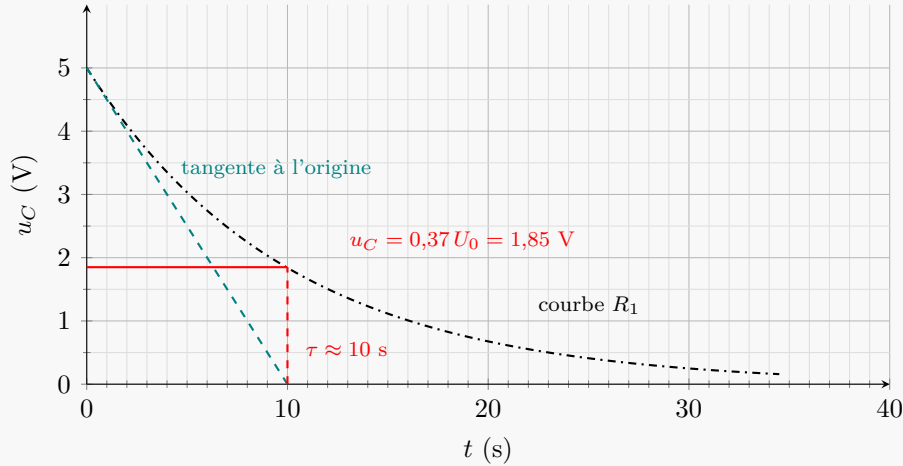
Lecture des trois durées de rotation de l'aiguille sur l'annexe

Les lectures donnent : pour R_2 , u_C passe de 4,0 à 1,0 V entre $t \approx 1 \text{ s}$ et $t \approx 8 \text{ s}$, soit $\Delta t \approx 7 \text{ s}$ (trop court) ; pour R_3 , entre $t \approx 3,5 \text{ s}$ et $t \approx 26 \text{ s}$, soit $\Delta t \approx 22 \text{ s}$ (trop long) ; pour R_1 , entre $t \approx 2 \text{ s}$ et $t \approx 16 \text{ s}$, soit $\Delta t \approx 14 \text{ s}$. C'est donc la courbe R_1 qu'il faut retenir.

Ce que le correcteur attend : la durée demandée est l'écart entre les deux instants, et non l'instant où $u_C = 1,0 \text{ V}$ compté depuis $t = 0$ (qui vaut 16 s pour R_1).

Q8. *Démarche (à tracer sur l'annexe).* Deux lectures graphiques équivalentes déterminent τ sur la courbe R_1 :

- à la date $t = \tau$, la décharge a fait tomber la tension à $u_C(\tau) = U_0 e^{-1} \approx 0,37 U_0 = 0,37 \times 5,0 = 1,85 \text{ V}$: on trace la droite horizontale $u_C = 1,85 \text{ V}$ et on lit l'abscisse du point d'intersection avec la courbe ;
- la tangente à l'origine, de pente $-\frac{U_0}{\tau}$, coupe l'axe des abscisses ($u_C = 0$) à la date $t = \tau$.

Détermination graphique de τ sur la courbe retenue

Les deux lectures concordent : $\tau \approx 10$ s. On le retrouve à partir de la question précédente : $u_C(t) = U_0 e^{-t/\tau}$ donne $\Delta t = \tau \ln \left(\frac{4,0}{1,0} \right) = \tau \ln 4$, d'où $\tau = \frac{14}{\ln 4} = \frac{14}{1,39} = 10,1$ s.

Q9. De $\tau = RC$ on tire

$$R = \frac{\tau}{C} = \frac{10}{47 \times 10^{-6}} = 2,1 \times 10^5 \Omega.$$

Les joueurs doivent donc régler la résistance variable sur environ $2,1 \times 10^5 \Omega$, soit $2,1 \times 10^2$ k Ω : une valeur courante pour une résistance ajustable. *Ce que le correcteur attend* : la capacité convertie en farads ($47 \mu\text{F} = 47 \times 10^{-6}$ F) ; garder les microfarads donnerait 0,21 Ω , hors de propos.

Partie 3 — Cellules à éclairer Q10. Les deux fentes F_1 et F_2 , éclairées par la même source laser, se comportent comme deux sources cohérentes et synchrones. Les deux ondes qui en sont issues se superposent au fond de la boîte : c'est le phénomène d'**interférences** (interférences lumineuses obtenues avec des fentes de Young). Là où la différence de marche est un multiple entier de λ , les interférences sont constructives (frange brillante) ; là où elle vaut un nombre impair de demi-longueurs d'onde, elles sont destructives (frange sombre). D'où l'alternance de zones sombres et lumineuses.

Q11. L'**interfrange** i est la distance qui sépare les milieux de deux franges brillantes consécutives (ou, ce qui revient au même, de deux franges sombres consécutives) sur la figure d'interférences. Elle s'exprime en mètres.

Q12. Démarche. La clé n'est délivrée que si le centre de chacune des cinq cellules reçoit de la lumière, c'est-à-dire si les cinq cellules sont centrées sur cinq franges brillantes consécutives. La distance ℓ sépare le centre de la première cellule de celui de la cinquième : elle contient donc **quatre** intervalles entre franges brillantes consécutives, et non cinq :

$$\ell = 4i \quad \Rightarrow \quad i = \frac{\ell}{4} = \frac{2,0 \times 10^{-2}}{4} = 5,0 \times 10^{-3} \text{ m}.$$

En reportant dans l'expression de l'interfrange $i = \frac{\lambda D}{b}$, on isole l'écartement des fentes :

$$b = \frac{\lambda D}{i} = \frac{4 \lambda D}{\ell}.$$

Application numérique, avec $\lambda = 650 \text{ nm} = 650 \times 10^{-9} \text{ m}$, $D = 30 \text{ cm} = 0,30 \text{ m}$ et $\ell = 2,0 \times 10^{-2} \text{ m}$:

$$b = \frac{4 \times 650 \times 10^{-9} \times 0,30}{2,0 \times 10^{-2}} = 3,9 \times 10^{-5} \text{ m} = 39 \mu\text{m}.$$

Conclusion et ordre de grandeur : il faut régler l'écartement des fentes à environ $39\text{ }\mu\text{m}$, soit quelques centièmes de millimètre. C'est l'ordre de grandeur habituel des fentes de Young ; on vérifie au passage que $b \gg \lambda$ et $b \ll D$, conditions dans lesquelles la formule $i = \lambda D/b$ est valable, et que $\ell \ll D$ (les franges sont bien vues sous de petits angles). Le réglage est fin : une erreur de 10 % sur b décale la cinquième cellule de 10 % de ℓ , soit 2 mm.

Ce que le correcteur attend : $\ell = 4i$ (cinq cellules, quatre intervalles) — écrire $\ell = 5i$ conduirait à $b = 4,9 \times 10^{-5}\text{ m}$ — et les conversions $\text{nm} \rightarrow \text{m}$ et $\text{cm} \rightarrow \text{m}$ avant tout calcul.

Exercice 2

Sujet — Datation — 4 points

En décembre 1972, le module lunaire de la mission Apollo 17 alunit dans la vallée Taurus-Littrow. L'une des missions des astronautes est de recueillir des échantillons de la croûte lunaire et de dépôts volcaniques. En effet, si les missions précédentes ont fait progresser les connaissances sur la Lune dans différents domaines, il subsiste néanmoins des interrogations sur sa structure interne, l'histoire de son évolution ou l'existence d'une activité volcanique récente.

L'objectif de cet exercice est d'exploiter les données obtenues lors de l'analyse d'un échantillon de roche lunaire rapporté lors de la mission Apollo 17 pour en déterminer l'âge.

Données :

— écriture conventionnelle de noyaux atomiques :

Noyau	Rubidium 86	Rubidium 87	Strontium 86	Strontium 87
Écriture conventionnelle	${}^{86}_{37}\text{Rb}$	${}^{87}_{37}\text{Rb}$	${}^{86}_{38}\text{Sr}$	${}^{87}_{38}\text{Sr}$

— demi-vie du rubidium 87 : $t_{1/2} = 4,88 \times 10^{10}$ ans.

Une analyse des minéraux présents dans l'échantillon de roche lunaire a décelé la présence de noyaux de rubidium 87, de strontium 86 et de strontium 87.

Q1. Choisir, en justifiant, la paire de noyaux atomiques isotopes parmi celles données ci-après : (${}^{86}_{37}\text{Rb}$; ${}^{86}_{38}\text{Sr}$) ou (${}^{86}_{38}\text{Sr}$; ${}^{87}_{38}\text{Sr}$).

Le rubidium 87 se désintègre spontanément en strontium 87 qui est un noyau stable.

Q2. Écrire l'équation de la réaction de désintégration du rubidium 87 en strontium 87.

Q3. En déduire le nom de la particule émise et le type de radioactivité mis en jeu.

Le nombre $N({}^{87}_{37}\text{Rb})$ de noyaux de rubidium 87 contenu dans un minéral de roche suit la loi de décroissance radioactive :

$$N({}^{87}_{37}\text{Rb}) = N_0({}^{87}_{37}\text{Rb}) \times \exp(-\lambda \cdot t) \quad (\text{relation 1})$$

où λ est la constante radioactive du rubidium 87 et $N_0({}^{87}_{37}\text{Rb})$ est le nombre de noyaux de rubidium 87 initialement présent dans le minéral.

Q4. Donner une définition du temps de demi-vie $t_{1/2}$ d'un isotope radioactif.

Q5. Montrer, à partir de la relation 1, que le temps de demi-vie $t_{1/2}$ et la constante radioactive λ sont liés par la relation : $\lambda = \frac{\ln(2)}{t_{1/2}}$.

Dans le minéral isolé étudié, la teneur en rubidium 87 diminue au cours du temps et celle en strontium 87 augmente. Le strontium 86, qui n'est pas radioactif, reste stable et est utilisé comme isotope de référence. L'analyse de huit échantillons de la roche lunaire rapportée de la mission Apollo 17 a permis d'obtenir huit valeurs de rapports isotopiques. La figure 1 ci-après

représente l'évolution du rapport $y = \frac{N(^{87}_{38}\text{Sr})}{N(^{86}_{38}\text{Sr})}$ en fonction du rapport $x = \frac{N(^{87}_{37}\text{Rb})}{N(^{86}_{38}\text{Sr})}$ pour ces huit échantillons.

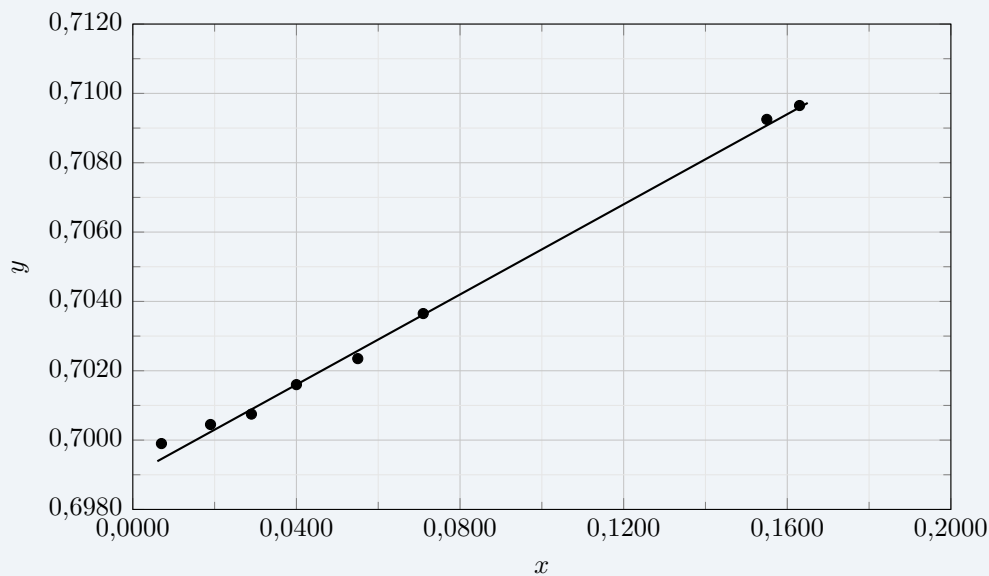


Figure 1 : évolution du rapport $y = \frac{N(^{87}_{38}\text{Sr})}{N(^{86}_{38}\text{Sr})}$ en fonction du rapport $x = \frac{N(^{87}_{37}\text{Rb})}{N(^{86}_{38}\text{Sr})}$
(d'après ntrs.nasa.gov)

La datation par la méthode rubidium – strontium repose sur l'exploitation de deux relations :

- l'équation de modélisation de l'évolution présentée sur la figure 1 :

$$y = 0,0650 \times x + 0,6990$$

- la relation théorique entre les rapports isotopiques :

$$\frac{N(^{87}_{38}\text{Sr})}{N(^{86}_{38}\text{Sr})} = (\exp(\lambda \cdot t_R) - 1) \times \frac{N(^{87}_{37}\text{Rb})}{N(^{86}_{38}\text{Sr})} + \frac{N_0(^{87}_{38}\text{Sr})}{N_0(^{86}_{38}\text{Sr})}$$

où t_R est l'âge de la roche contenant les minéraux étudiés et λ est la constante radioactive du rubidium 87.

Q6. Déterminer l'âge t_R de la roche prélevée sur la Lune en exploitant l'ensemble des données ci-dessus. Commenter.

Pour répondre à cette question, le candidat est invité à prendre des initiatives et à présenter la démarche suivie, même si elle n'a pas abouti. La démarche est évaluée et nécessite d'être correctement présentée.

Corrigé

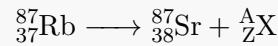
Q1. Deux noyaux sont **isotopes** lorsqu'ils possèdent le même numéro atomique Z (même nombre de protons, donc même élément chimique) mais des nombres de masse A différents (nombres de neutrons différents). On compare donc les deux nombres inscrits devant le symbole.

- $(^{86}_{37}\text{Rb}; ^{86}_{38}\text{Sr})$: $Z = 37$ pour le rubidium et $Z = 38$ pour le strontium. Les numéros atomiques sont *différents* : ce ne sont pas des isotopes (ce sont deux noyaux *isobares*, de même nombre de masse $A = 86$, mais de deux éléments distincts).

- ($^{86}_{38}\text{Sr}$; $^{87}_{38}\text{Sr}$) : les deux noyaux ont le même numéro atomique $Z = 38$ (38 protons, l'élément strontium) et des nombres de masse différents, $A = 86$ et $A = 87$, donc respectivement $86 - 38 = 48$ et $87 - 38 = 49$ neutrons.

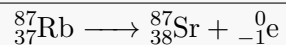
La paire de noyaux isotopes est donc $\boxed{(^{86}_{38}\text{Sr} ; ^{87}_{38}\text{Sr})}$.

Q2. On écrit l'équation avec la particule émise inconnue ^A_ZX et on applique les lois de conservation de Soddy (conservation du nombre de masse et du nombre de charge) :



- conservation du nombre de masse : $87 = 87 + A$, donc $A = 0$;
- conservation du nombre de charge : $37 = 38 + Z$, donc $Z = -1$.

La particule émise est donc $^0_{-1}\text{e}$ et l'équation de désintégration s'écrit :



Q3. La particule émise, de nombre de masse nul et de charge $-e$, est un **électron**. Il s'agit donc d'une radioactivité β^- . Elle est cohérente avec la position du noyau père : le rubidium 87 possède $87 - 37 = 50$ neutrons pour 37 protons, un excès de neutrons ; au sein du noyau, un neutron se transforme en proton selon $^1_0\text{n} \longrightarrow ^1_1\text{p} + ^0_{-1}\text{e}$, ce qui augmente Z d'une unité à A constant et rapproche le noyau fils de la vallée de stabilité.

Q4. Le **temps de demi-vie** $t_{1/2}$ d'un isotope radioactif est la durée au bout de laquelle la moitié des noyaux radioactifs initialement présents dans un échantillon se sont désintégrés. Autrement dit, c'est la durée $t_{1/2}$ telle que

$$N(t_{1/2}) = \frac{N_0}{2}.$$

C'est une grandeur caractéristique du noyau considéré : elle ne dépend ni de la quantité de matière de l'échantillon, ni de son âge, ni des conditions physico-chimiques (température, pression, liaisons chimiques).

Q5. On applique la relation 1 à la date $t = t_{1/2}$, pour laquelle, par définition, $N = \frac{N_0}{2}$:

$$N_0 \exp(-\lambda t_{1/2}) = \frac{N_0}{2} \iff \exp(-\lambda t_{1/2}) = \frac{1}{2}$$

(on a simplifié par $N_0 \neq 0$). La fonction logarithme népérien étant la réciproque de la fonction exponentielle, on prend le logarithme des deux membres :

$$-\lambda t_{1/2} = \ln\left(\frac{1}{2}\right) = -\ln(2),$$

d'où, en divisant par $t_{1/2} \neq 0$:

$$\boxed{\lambda = \frac{\ln(2)}{t_{1/2}}}$$

Q6. Démarche. La relation théorique est de la forme $y = ax + b$ avec x et y les deux rapports isotopiques portés sur la figure 1. On identifie donc le **coefficient directeur** de la droite de modélisation avec le facteur $\exp(\lambda t_R) - 1$, puis on en tire t_R à l'aide de la constante radioactive calculée en Q5.

Identification. La modélisation de la figure 1 donne $y = 0,0650x + 0,6990$, donc

$$\exp(\lambda t_R) - 1 = 0,0650 \iff \exp(\lambda t_R) = 1,0650.$$

En prenant le logarithme népérien : $\lambda t_R = \ln(1,0650)$, soit

$$t_R = \frac{\ln(1,0650)}{\lambda} = \frac{\ln(1,0650) \times t_{1/2}}{\ln(2)}.$$

Constante radioactive. $\lambda = \frac{\ln(2)}{t_{1/2}} = \frac{0,6931}{4,88 \times 10^{10}} = 1,420 \times 10^{-11} \text{ an}^{-1}.$

Application numérique.

$$t_R = \frac{\ln(1,0650)}{1,420 \times 10^{-11}} = \frac{6,297 \times 10^{-2}}{1,420 \times 10^{-11}} = 4,43 \times 10^9 \text{ ans.}$$

$t_R \approx 4,43 \times 10^9 \text{ ans} \approx 4,4 \text{ milliards d'années}$

Commentaire. L'âge obtenu est considérable : la roche s'est formée il y a environ 4,4 milliards d'années, alors que la Lune et le système solaire sont âgés d'environ $4,5 \times 10^9$ ans. L'échantillon rapporté par Apollo 17 date donc des tout premiers temps de l'histoire lunaire — moins de 200 millions d'années après la formation de la Lune —, c'est-à-dire de la solidification de la croûte primitive : il n'a rien d'un dépôt volcanique récent. L'ordre de grandeur est cohérent avec l'âge des plus vieilles roches terrestres connues (4,0 à 4,4 milliards d'années), la Terre ayant, elle, recyclé sa croûte par la tectonique des plaques et l'érosion, contrairement à la Lune.

Deux remarques valident la méthode. D'abord, la demi-vie du rubidium 87 ($4,88 \times 10^{10}$ ans) est très supérieure à la durée mesurée : seule une petite fraction du rubidium s'est désintégrée ($\lambda t_R = 0,063 \ll 1$), ce que traduit la faible pente de la droite ; un chronomètre à demi-vie aussi longue convient précisément aux échelles géologiques. Ensuite, l'ordonnée à l'origine

0,6990 s'interprète directement : c'est le rapport isotopique initial $\frac{N_0(^{87}\text{Sr})}{N_0(^{86}\text{Sr})}$, commun aux huit échantillons au moment de la formation de la roche. C'est d'ailleurs tout l'intérêt de la méthode : elle donne l'âge *sans* connaître la composition initiale, celle-ci se lisant sur le graphique.

Ce que le correcteur attend : le coefficient directeur vaut $\exp(\lambda t_R) - 1$ et non $\exp(\lambda t_R)$: on doit écrire $t_R = \frac{\ln(1,0650)}{\lambda}$. Confondre la pente avec λt_R (approximation $\exp(u) - 1 \approx u$) donnerait $t_R = \frac{0,0650}{\lambda} = 4,58 \times 10^9$ ans, soit une erreur de 3 %. Enfin, $t_{1/2}$ étant donné en années, λ est en an^{-1} et t_R s'obtient directement en années : aucune conversion en secondes n'est nécessaire.

Exercice 3

Sujet — Phytoremédiation — 5 points

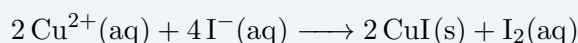
La phytoremédiation est une technique qui offre une alternative pour réhabiliter des terrains agricoles. Elle utilise des cycles de culture de plantes spécifiques pour dépolluer un sol contaminé. Souhaitant cultiver sa vigne selon les principes de l'agriculture biologique, un viticulteur sème des plantes « phytoextractrices » afin de diminuer la quantité en cuivre présente dans son sol. L'objectif de cet exercice est de déterminer le nombre de cycles de culture des plantes que doit réaliser le viticulteur pour atteindre la teneur limite en cuivre acceptable pour l'agriculture biologique.

Données :

- masse molaire du cuivre : $M(\text{Cu}) = 63,5 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$;
- teneur limite maximale en cuivre dans un sol pour l'agriculture biologique selon l'Union européenne : $m_t = 150 \text{ mg}$ par kg de terre ;
- masse de cuivre extraite par les plantes par cycle de culture : $m_e = 90 \text{ mg}$ par kg de terre.

Document — Protocole d'analyse Un échantillon de 1 kg de terre contenant le cuivre est immergé dans 1 L d'eau. Après filtration, on obtient 1 L d'une solution notée S_0 .

On prélève un volume $V_1 = 50,0 \text{ mL}$ de la solution S_0 que l'on place dans un erlenmeyer. On y ajoute une solution d'iodure de potassium ($\text{K}^+(\text{aq})$, $\text{I}^-(\text{aq})$) en excès. Il se forme un précipité d'iodure de cuivre $\text{CuI}(\text{s})$ selon l'équation de réaction :



Le diiode $\text{I}_2(\text{aq})$ formé par la réaction précédente est titré par une solution de thiosulfate de sodium ($2 \text{Na}^+(\text{aq})$, $\text{S}_2\text{O}_3^{2-}(\text{aq})$) de concentration en quantité de matière $c_2 = 2,0 \times 10^{-2} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$. L'équation de la réaction support du titrage s'écrit :



Le volume de solution titrante versé pour atteindre l'équivalence est $V_E = 15,0 \text{ mL}$.

Q1. Définir l'équivalence d'un titrage.

Q2. Déterminer, en justifiant, l'oxydant et le réducteur intervenant lors du titrage du diiode I_2 par les ions thiosulfate $\text{S}_2\text{O}_3^{2-}$.

Q3. Donner, à l'équivalence, la relation entre la quantité de matière de diiode $n_1(\text{I}_2)$ et la quantité de matière des ions thiosulfate $n_E(\text{S}_2\text{O}_3^{2-})$.

Q4. Écrire la relation entre la quantité de matière de diiode formée $n_1(\text{I}_2)$ et celle des ions cuivre $n_0(\text{Cu}^{2+})$ présents dans le volume V_1 . On pourra utiliser un tableau d'avancement.

Q5. En déduire que la valeur de la quantité de matière d'ions cuivre contenue dans le volume V_1 est $n_0(\text{Cu}^{2+}) = 3,0 \times 10^{-4} \text{ mol}$.

Q6. Calculer la valeur de la masse $m(\text{Cu}^{2+})$ de cuivre présent dans 1 kg de terre viticole analysée.

Q7. Déterminer la valeur du nombre minimum $N_{\min}$ de cycles de culture à réaliser pour atteindre la teneur limite en cuivre pour l'agriculture biologique.

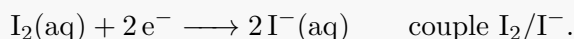
Pour répondre à cette question, le candidat est invité à prendre des initiatives et à présenter la démarche suivie, même si elle n'a pas abouti. La démarche est évaluée et nécessite d'être correctement présentée.

Corrigé

Q1. L'équivalence d'un titrage est l'instant où l'espèce titrée (ici le diiode, dans l'erlenmeyer) et l'espèce titrante (ici les ions thiosulfate, versés à la burette) ont été introduites dans les **proportions stœchiométriques** de la réaction support du titrage. C'est le point de changement de réactif limitant : avant l'équivalence, le réactif titrant versé est limitant et disparaît aussitôt ; après l'équivalence, c'est le réactif titré qui est épuisé et le titrant qui s'accumule. À l'équivalence exactement, les deux réactifs ont été totalement consommés. Le volume de solution titrante versé à cet instant est noté V_E ; c'est la grandeur expérimentale qui permet de remonter à la quantité de matière titrée.

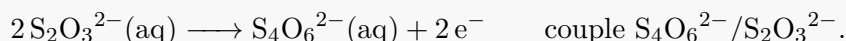
Q2. On décompose l'équation support $\text{I}_2(\text{aq}) + 2\text{S}_2\text{O}_3^{2-}(\text{aq}) \longrightarrow 2\text{I}^-(\text{aq}) + \text{S}_4\text{O}_6^{2-}(\text{aq})$ en deux demi-équations électroniques.

- Le diiode est transformé en ions iodure : chaque atome d'iode de la molécule I_2 gagne un électron pour donner un ion I^- . Le diiode *capte* donc des électrons :



Une espèce qui capte des électrons est un **oxydant** : $\text{I}_2(\text{aq})$ est donc l'**oxydant** du titrage (c'est l'espèce titrée).

- Les ions thiosulfate sont transformés en ions tétrathionate : ils *cèdent* des électrons :



Une espèce qui cède des électrons est un **réducteur** : $\text{S}_2\text{O}_3^{2-}(\text{aq})$ est donc le **réducteur** du titrage (c'est l'espèce titrante).

La somme des deux demi-équations, les deux électrons se simplifiant, redonne bien l'équation support fournie. Le repérage de l'équivalence est d'ailleurs immédiat à l'œil : la solution, brune (ou bleu foncé en présence d'empois d'amidon) tant qu'il reste du diiode, se décolore à la goutte près lorsque tout le diiode a été consommé.

Q3. À l'équivalence, les réactifs sont introduits dans les proportions stœchiométriques de l'équation support : pour 1 mol de diiode, il faut 2 mol d'ions thiosulfate. La relation à l'équivalence s'écrit donc

$$\boxed{\frac{n_1(\text{I}_2)}{1} = \frac{n_E(\text{S}_2\text{O}_3^{2-})}{2}} \quad \text{c'est-à-dire} \quad n_E(\text{S}_2\text{O}_3^{2-}) = 2n_1(\text{I}_2),$$

où $n_E(\text{S}_2\text{O}_3^{2-}) = c_2 \cdot V_E$ est la quantité d'ions thiosulfate versée à l'équivalence.

Q4. Dans l'erlenmeyer, les ions iodure sont introduits **en excès** : le réactif limitant de la réaction de précipitation est donc l'ion cuivre Cu^{2+} , initialement présent en quantité $n_0(\text{Cu}^{2+})$ dans le volume V_1 . Tableau d'avancement de la réaction $2\text{Cu}^{2+} + 4\text{I}^- \longrightarrow 2\text{CuI} + \text{I}_2$:

État du système	$2\text{Cu}^{2+}(\text{aq})$	$4\text{I}^-(\text{aq})$	$2\text{CuI}(\text{s})$	$\text{I}_2(\text{aq})$
initial ($x = 0$)	$n_0(\text{Cu}^{2+})$	excès	0	0
intermédiaire (x)	$n_0(\text{Cu}^{2+}) - 2x$	excès	$2x$	x
final ($x_f = x_{\max}$)	$n_0(\text{Cu}^{2+}) - 2x_f$	excès	$2x_f$	x_f

La transformation étant totale et Cu^{2+} limitant, il ne reste plus d'ions cuivre à l'état final :

$$n_0(\text{Cu}^{2+}) - 2x_f = 0 \implies x_f = \frac{n_0(\text{Cu}^{2+})}{2}.$$

Or la quantité de diiode formée est $n_1(\text{I}_2) = x_f$, d'où

$$\boxed{n_1(\text{I}_2) = \frac{n_0(\text{Cu}^{2+})}{2}} \quad \text{soit} \quad n_0(\text{Cu}^{2+}) = 2 n_1(\text{I}_2).$$

C'est la traduction directe de la stœchiométrie : deux ions cuivre sont nécessaires pour former une molécule de diiode.

Q5. On enchaîne les deux relations. D'après Q3, $n_1(\text{I}_2) = \frac{n_E(\text{S}_2\text{O}_3^{2-})}{2} = \frac{c_2 V_E}{2}$; d'après Q4, $n_0(\text{Cu}^{2+}) = 2 n_1(\text{I}_2)$. Les facteurs 2 se compensent :

$$n_0(\text{Cu}^{2+}) = 2 \times \frac{c_2 V_E}{2} = c_2 \cdot V_E.$$

Application numérique, le volume étant converti en litres ($V_E = 15,0 \text{ mL} = 15,0 \times 10^{-3} \text{ L}$) :

$$n_0(\text{Cu}^{2+}) = 2,0 \times 10^{-2} \times 15,0 \times 10^{-3} = 3,0 \times 10^{-4} \text{ mol}.$$

On retrouve bien la valeur annoncée par l'énoncé.

Q6. La prise d'essai $V_1 = 50,0 \text{ mL}$ n'est qu'une fraction de la solution S_0 , dont le volume total est $V_0 = 1,00 \text{ L} = 1000 \text{ mL}$, obtenue à partir de 1 kg de terre. Le facteur de proportionnalité vaut

$$\frac{V_0}{V_1} = \frac{1000}{50,0} = 20.$$

La quantité totale d'ions cuivre extraite de 1 kg de terre est donc

$$n(\text{Cu}^{2+}) = 20 \times n_0(\text{Cu}^{2+}) = 20 \times 3,0 \times 10^{-4} = 6,0 \times 10^{-3} \text{ mol},$$

et la masse correspondante, par $m = n \cdot M$:

$$m(\text{Cu}^{2+}) = 6,0 \times 10^{-3} \times 63,5 = 0,381 \text{ g} = 3,8 \times 10^2 \text{ mg}.$$

$$\boxed{m(\text{Cu}^{2+}) \approx 3,8 \times 10^2 \text{ mg par kg de terre}}$$

Ce que le correcteur attend : le facteur 20 entre la prise d'essai et la solution S_0 . L'oublier donnerait 19 mg par kg de terre, une teneur inférieure à la limite réglementaire : la conclusion de l'exercice serait inversée.

Q7. Démarche. La teneur actuelle du sol est $m(\text{Cu}^{2+}) = 381 \text{ mg par kg de terre}$, très supérieure à la teneur limite $m_t = 150 \text{ mg par kg de terre}$ autorisée en agriculture biologique : le sol doit être dépollué. Chaque cycle de culture retire $m_e = 90 \text{ mg de cuivre par kg de terre}$; après N cycles, la teneur restante vaut $m(\text{Cu}^{2+}) - N m_e$. La condition à satisfaire est

$$m(\text{Cu}^{2+}) - N m_e \leq m_t \iff N \geq \frac{m(\text{Cu}^{2+}) - m_t}{m_e}.$$

Application numérique, toutes les masses étant exprimées en milligrammes par kilogramme de terre :

$$N \geq \frac{381 - 150}{90} = \frac{231}{90} = 2,6.$$

Le nombre de cycles de culture est nécessairement un **entier**, et la condition impose $N \geq 2,6$: il faut donc arrondir *par excès*.

$$N_{\min} = 3$$

Vérification : après 2 cycles, il resterait $381 - 2 \times 90 = 201$ mg par kg de terre, encore au-dessus de la limite ; après 3 cycles, il reste $381 - 3 \times 90 = 111$ mg par kg de terre, cette fois inférieur à 150 mg par kg. Le viticulteur doit donc réaliser au minimum **trois cycles de culture** de plantes phytoextractrices avant de pouvoir revendiquer les principes de l'agriculture biologique — soit plusieurs saisons, ce qui donne la mesure de la lenteur, mais aussi de la douceur, de cette méthode de dépollution.

Ce que le correcteur attend : l'arrondi à l'entier **supérieur**. Répondre $N = 2,6$ ou $N = 2$ (arrondi « au plus proche » vers le bas) laisserait le sol au-dessus de la teneur limite.